მათემატიკა

სამეცნიერო-პოპულარული ჟურნალი

ივანე ჯავახიშვილის
სახელობის თბილისის
სახელმწიფო
უნივერსიტეტი

ზუსტ და
საბუნებისმეტყველო
მეცნიერებათა
ფაკულტეტი

№1

ივლისი, 2013

თსუ 95

ISSN 0000-0000

მათემატიკა

სამეცნიერო–პოპულარული ჟურნალი

დაფუძნებულია 2013 წელს ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის საბჭოს გადაწყვეტილებით ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის 95 წლის იუბილესთან დაკავშირებით

სარჩევი

სარჩევი

ძვირფასო მკითხველო,

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის 95 წლის იუბილესთან დაკავშირებით ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის საბჭოს გადაწყვეტილებით დაარსდა სამეცნიერო–პოპულარული ჟურნალი მათემატიკა. ჟურნალის მიზანია მათემატიკის პოპულარიზაცია და განკუთვნილია მკითხველთა ფართო წრისთვის. იგი დაყოფილია რამდენიმე რუბრიკად. ჟურნა-ლის ყოველი ნომერი წარმოაჩენს ქართველ მეცნიერებს, რომლებმაც წვლილი შეიტანეს ქართული მათემატიკური სკოლების ჩამოყალიბებაში და განვითარებაში. ქართველი ავტორები მკითხველს პოპულარულ ენაზე მოუთხრობენ სერიოზული მათემატიკური პრობლემების შესახებ. უცხოელი ავტორების თარგმანი გაამდიდრებს ქართულენოვან სამეცნიერო–პოპულარულ ლიტერატურას. მეთოდიკა საინტერესო იქნება მასწავლებლებისთვის და მათთვის ვინც სწავლების საკითხით არის დაინტერესებული. ბევრი ახალგაზრდა სკოლაშივე დიდ ინტერესს იჩენს მათემატიკის მიმართ. ჟურნალი წარმოაჩენს წარმატებულ სკოლებს, მოსწავლეებს და მათ მასწავლებლებს. ყოველ ნომერში დაიბეჭდება რამდენიმე საინტერესო ამოცანა, რომლის ამოხსნაც მომდევნო ნომერში გამოქვეყნდება. ჩვენი სტუდენტები და კურსდამთავრებულები ქართული მათემატიკის მდგრადი განვითარების საწინდარია. მათ შესახებ ჟურნალი სისტემატიურად მიაწვდის ინფორმაციას მკითხველს. მათემატიკოსი სტუდენტები აქტიურად მონაწილეობენ უნივერსიტეტში ჩატარებულ ღონისძიებებში. ჟურნალი სტუდენტური ცხოვრების არც ამ მხარეს ტოვებს უყურადღებოდ. იმედი გვაქვს, რომ ჟურნალში გამოქვეყნებული კურიკულუმი მათემატიკით დაინტერესებულ მოსწავლეებს და მათ მშობლებს დაეხმარება სამომავლო კარიერის დაგეგმვასთან დაკავშირებული გადაწყვეტილების მიღებაში.

ველით თქვენს გამოხმაურებას და მოსაზრებებს.

პატივისცემით,
რამაზ ბოჭორიშვილი,
თსუ ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის დეკანი, სრული პროფესორი

ქართული მათემატიკური სკოლის სათავეებთან

პროფესორი
ჯონდო შარიქაძე

1918 წლის 26 იანვარს (8 თებერვალს), დავით აღმაშენებლის ხსენების დღეს, თბილისში გაიხსნა ქართული უნივერსიტეტი – პირველი უნივერსიტეტი კავკასიაში.

თბილისის უნივერსიტეტი ხალხის უსაზღვრო სიყვარულის ნიადაგზე შეიქმნა. პატრიოტ მეცნიერთა მცირე გუნდმა დიდი ივანე ჯავახიშვილის მეთაურობით უნივერსიტეტის კედლებში დაიწყო ქართული მეცნიერებისა და კულტურის აღორძინება. მან სიცოცხლე და ძალა მისცა საქართველოს ბევრ სამეცნიერო-კვლევით კერას, ხოლო მისი როლი ოდნავადაც კი არ შემცირებულა უკანასკნელ წლებში საქართველოში გახსნილი უამრავი კერძო უნივერსიტეტების მიუხედავად.

თბილისის უნივერსიტეტის პირველი რექტორი, გამოჩენილი ქიმიკოსი პეტრე მელიქიშვილი უნივერსიტეტის გახსნის ზეიმზე ამბობდა:

„ჩვენ გვსურს, იმ ენაზე, რომელზედაც პირველად გავიგონეთ დედის ალერსი და პირველად ავლაპარაკდით, მოვისმინოთ მეცნიერული ჭეშმარიტებანი და ის ჰუმანიტარული პრინციპები, რომლებიც ნამდვილი კულტურის საფუძვლებია.

იმ მცირერიცხოვან ჯგუფში, რომელმაც ქართული უნივერსიტეტის დაარსება ითავა, შედიოდა მოსკოვის უნივერსიტეტის ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტის მათემატიკური განყოფილების კურსდამთავრებული, მოსკოვის უნივერსიტეტის პრივატ-დოცენტი ანდრია რაზმაძე. ის პირველი ქართველი მათემატიკოსი გახლავთ, რომლის შრომა 1914 წელს გამოქვეყნდა გერმანულ ჟურნალში „Mathematische Annalen“.

ა. რაზმაძის სახელთანაა დაკავშირებული თბილისის უნივერსიტეტში მათემატიკური განყოფილების ორგანიზაცია, მათემატიკური კადრების აღზრდა და საქართველოში მათემატიკური კვლევა-ძიების ფართოდ გაშლა. ის ერთნაირად ზრუნავდა ქართული ტერმინოლოგიისა და მეტყველების სტილის დადგენისთვის, სახელმძღვანელოების გამოცემისთვის, მაღალი კვალიფიკაციის სამეცნიერო ძალების მოწვევისა და მომზადებისთვის, სამეცნიერო კვლევა-ძიების გაშლისთვის.

სწორედ ა. რაზმაძის რეკომენდაციითა და წარდგინებით თბილისის უნივერსიტეტში მოიწვიეს არჩილ ხარაძე – 1918 წელს, ნიკოლოზ მუსხელიშვილი – 1920 წელს და გიორგი ნიკოლაძე – 1921 წელს.

1918 წლის სექტემბერში უნივერსიტეტში დაარსდა საბუნებისმეტყველო-სამათემატიკო და სამკურნალო გაერთიანებული ფაკულტეტი (დეკანი – ვ. მოსეშვილი, მდივანი – ა. ხარაძე), ხოლო 1919 წლის აპრილიდან საბუნებისმეტყველო-სამათემატიკო და სამკურნალო ფაკულტეტები გაიყო.

საბუნებისმეტყველო-სამათემატიკო ფაკულტეტის დეკანად ამ დროისათვის ა. რაზმაძე, ხოლო მის მდივნად ა. ხარაძე აიჩიეს. 1919 წლის ბოლოს ა. რაზმაძე დეკანის თანამდებობაზე ანდრია ბენაშვილმა შეცვალა.

1919-1920 სასწავლო წელს სამათემატიკო განყოფილებაზე ლექციებს კითხულობდნენ: პროფესორი ა. რაზმაძე (მათემატიკური ანალიზის შესავალი, დიფერენციალური აღრიცხვა, ინტეგრალური აღრიცხვა, დიფერენციალური განტოლებები), პროფესორი ა. ბენაშვილი

(ანალიზური გეომეტრია, სფერული ტრიგონომეტრია, ასტრონომიის ზოგადი კურსი, სფერული ასტრონომია), პროფესორი ა. დიდებულიძე (ექსპერიმენტული ფიზიკა), პროფესორი ი. მოსეშვილი (არაორგანული ქიმია) და დოცენტი ა. ხარაძე (უმაღლესი ალგებრა, დიფერენციალური გეომეტრია).

1920 წლის სექტემბერში საბუნებისმეტყველო-სამათემატიკო ფაკულტეტზე მექანიკის კათედრის გამგედ ნ. მუსხელიშვილი, ხოლო 1921 წლიდან მათემატიკის კათედრაზე ლექტორად გ. ნიკოლაძე მოიწვიეს.

ამრიგად, თბილისის უნივერსიტეტში მათემატიკური განათლების ორგანიზაციის პირველი პერიოდი დაკავშირებულია ა. რაზმაძის, ა. ბენაშვილის, ა. ხარაძის, ნ. მუსხელიშვილისა და გ. ნიკოლაძის მოღვაწეობასთან.

ა. რაზმაძე (1890-1929) თბილისის უნივერსიტეტის ერთ-ერთი ფუძემდებელი, უნივერსიტეტის პროფესორ-მასწავლებელთა პირველ შემადგენლობაში ზუსტი მეცნიერების ერთადერთი წარმომადგენელი იყო. სწორედ ამიტომ დგას მის საფლავზე ბიუსტი უნივერსიტეტის პირველი კორპუსის ეზოში. ა. რაზმაძემ 1910 წელს დაამთავრა მოსკოვის უნივერსიტეტი და რამდენიმე წლის განმავლობაში მათემატიკას ასწავლიდა ჯერ მცენსკის ვაჟთა გიმნაზიაში, ხოლო შემდეგ – მურომის ქალთა გიმნაზიაში; 1917 წ. მოსკოვის უნივერსიტეტში ჩააბარა სამაგისტრო გამოცდები, რის შემდეგაც იქვე პრივატ-დოცენტად მიიწვიეს ვარიაციათა აღრიცხვის კურსის წასაკითხად. ის ვარიაციათა აღრიცხვის გამოჩენილ სპეციალისტად ითვლებოდა. ა. რაზმაძემ პირველმა ააგო კლასიკური ვარიაციული თეორია უბან-უბან გლუვ წირთა კლასში. მისი ეს შედეგი საფუძვლად დაედო სადოქტორო დისერტაციას, რომელიც მან 1924 წელს დაიცვა პარიზში, სორბონის უნივერსიტეტში. ა. რაზმაძე იყო პირველი ქართველი მათემატიკოსი, რომელმაც ტორონტოში (კანადა) გამართულ საერთაშორისო მათემატიკურ კონგრესზე (1924 წ.) წაიკითხა მოხსენება წყვეტილ ექსტრემალებზე.

თბილისის უნივერსიტეტში მათემატიკური განათლების ორგანიზაციის პირველი პერიოდი დაკავშირებულია ანდრია რაზმაძის, ანდრია ბენაშვილის, არჩილ ხარაძის, ნიკოლოზ მუსხელიშვილისა და გიორგი ნიკოლაძის მოღვაწეობასთან.

ა. რაზმაძემ დიდი შრომა გასწია ახლად ფეხადგმულ უნივერსიტეტში მათემატიკის სწავლების ორგანიზაციისთვის. რუსეთისა და უცხოეთის ზოგიერთი უნივერსიტეტის გამოცდილებათა გათვალისწინებით, მან შეადგინა მათემატიკის სპეციალიზაციის სასწავლო გეგმა თბილისის უნივერსიტეტისთვის, შეიმუშავა ცალკეული საგნების პროგრამები და დაიწყო მათი განხორციელება. პირველი, ვინც მას ამ საქმეში მხარში ამოუდგა, ა. ხარაძე იყო. ქართულ ენაზე პირველი სახელმძღვანელო უმაღლეს მათემატიკაში სწორედ ა. რაზმაძეს ეკუთვნის – „მათემატიკური ანალიზის კურსი“, I ტომი, 1920 წელი. დღეს ა. რაზმაძის სახელს ატარებს თბილისი მათემატიკის ინსტიტუტი.

არჩილ ხარაძემ (1895-1976) მოსკოვის უნივერსიტეტი 1917 წელს დაამთავრა; 1918-1922 წლებში ჩვენს უნივერსიტეტში ასისტენტის თანამდებობაზე მუშაობდა; 1922 წლის დეკემბერში დაამთავრა სადოქტორო გამოცდები და დოცენტის თანამდებობაზე აირჩიეს, ხოლო 1930 წელს – პროფესორის თანამდებობაზე. თითქმის 45 წელი ის უნივერსიტეტის მათემატიკური ანალიზის კათედრის გამგე იყო; იყო ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტის დეკანი, მათემატიკის ინსტიტუტის განყოფილების გამგე, უნივერსიტეტის პრორექტორი, პუშკინის სახელობის პედაგოგიური ინსტიტუტის დირექტორი, 6 წლის განმავლობაში – საქართველოს მათემატიკოსთა საზოგადოების პრეზიდენტი.

არჩილ ხარაძე ბუნებისგან უხვად იყო დაჯილდოებული პედაგოგიური ტალანტით. ის მოწოდებით ახალგაზრდობის აღმზრდელი იყო. მისი ავტორობითა და თანაავტორობით გამოქვეყნებულია რამდენიმე სახელმძღვანელო, რომლებზედაც ქართველ მათემატიკოსთა ბევრი თაობა აღიზარდა. ბატონი ა. ხარაძე დაკრძალულია დიდუბის პანთეონში.

ნიკოლოზ მუსხელიშვილმა (1891-1976) 1915 წელს დაამთავრა სანკტ-პეტერბურგის უნივერსიტეტი და იქვე დატოვეს მექანიკის კათედრაზე საპროფესოროდ მოსამზადებლად. მისი პირველი სამეცნიერო ნაშრომი იმავე წელს გამოქვეყნდა. საქართველოში ის დაბრუნდა, როგორც ჩამოყალიბებული მეცნიერი, დრეკადობის მათემატიკური თეორიის სპეციალისტი.

ნ. მუსხელიშვილი 1922 წლიდან გარდაცვალებამდე თბილისის უნივერსიტეტის პროფესორი იყო. 1930-36 წლებში ის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტის დეკანია. 1934 წელს დისერტაციის დაუცველად მიანიჭეს ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორის სამეცნიერო ხარისხი; 1939 წელს მიენიჭა I ხარისხის სტალინური პრემია მეცნიერული შრომისთვის „Некоторые основные задачи математической теории упругости.“ ამ შრომის წინასიტყვაობა გამოჩენილ რუს მეცნიერს აკადემიკოს ა. კრილოვს ეკუთვნის.

1939 წელს ნ. მუსხელიშვილი აირჩიეს სსრკ მეცნიერებათა აკადემიის ნამდვილ წევრად, ხოლო 1941 წელს – საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის წევრად, 1941-1972 წლებში იყო საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის პრეზიდენტი, ხოლო 1972-1976 წლებში – საპატიო პრეზიდენტი. ნ. მუსხელიშვილი 1941-1976 წლებში თბილისის მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორია. 1945 წელს მას მიენიჭა სოციალისტური შრომის გმირის წოდება, ხოლო 1947 წელს – სტალინური პრემია შრომისთვის „Сингулярные интегральные уравнения, граничные задачи теорий функций и некоторые их приложения к математической физике.“ 1957-1976 წლებში ნ. მუსხელიშვილი სსრკ თეორიული და გამოყენებითი მექანიკის ნაციონალური კომიტეტის თავმჯდომარეა.

არჩილ ხარაძე, ანდრია რაზმაძე, გიორგი ნიკოლაძე, ნიკოლოზ მუსხელიშვილი

ის უცხოეთის ბევრი მეცნიერებათა აკადემიის წევრი გახლდათ და დაჯილდოებული იყო უცხოეთის მეცნიერებათა აკადემიის ოქროს მედლებითა და პრემიებით.

ნ. მუსხელიშვილი წლების განმავლობაში იყო თბილისი უნივერსიტეტის ჯერ თეორიული მექანიკის, შემდეგ კი უწყვეტ ტანთა მექანიკის კათედრის გამგე.

თბილისში ი. ჭავჭავაძის გამზირზე აღმართულია აკად. ნ. მუსხელიშვილის ძეგლი, იგი მთაწმინდაზეა დაკრძალული თავის საყვარელ მოწაფე აკად. ი. ვეკუასთან ერთად.

ნ. მუსხელიშვილის სახელი მინიჭებული აქვს თბილისის ერთ-ერთ ქუჩას და საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტს, დაარსებულია მისი სახელობის პრემია მათემატიკასა, მექანიკასა და ფიზიკაში.

გიორგი ნიკოლაძემ (1888-1931) სანკტ-პეტერბურგის ტექნოლოგიური ინსტიტუტი დაამთავრა. სამშობლოში დაბრუნებამდე ის დონბასის მეტალურგიულ ქარხნებში მუშაობდა და მოკლე დროში გამოჩენილი ინჟინერ-მეტალურგი გახდა. გ. ნიკოლაძე საბრძმედე წარმოების დიდი სპეციალისტი იყო. მან თვალსაჩინო როლი შეასრულა ქართველი პროფესიონალი მეტალურგების მომზადებაში, ფეროშენადნობთა წარმოების დამუშავება-განხორციელებაში. ის იყო ზესტაფონის ფეროშენადნობთა ქარხნის მშენებლობის დაგეგმვის ერთ-ერთი ინიციატორი. ეს ქარხანა ახლა გიორგი ნიკოლაძის სახელს ატარებს.

დიდია ამ ოთხეულის ღვაწლი ქართული მათემატიკიური და ტექნიკური ტერმინოლოგიის დადგენის საქმეში, პირველი რუსულ-ქართული ტექნიკური და მათემატიკური ლექსიკონების შედგენაში, მათ მიერაა შემოღებული არაერთი ფიზიკური, მათემატიკური, ტექნიკური და სპორტული ტერმინი ქართულ ენაზე.

თუმცა გ. ნიკოლაძე მათემატიკით ბავშობიდანვე იყო დაინტერესებული, კვლევითი მუშაობა ამ დარგში საკმაოდ გვიან, 1918 წელს დაიწყო. თბილისში ჩამოსვლის შემდეგ მან სპეციალური მათემატიკური განათლების მიღების მიზნით, ა. რაზმაძის ხელმძღვანელობით ჯერ საუნივერსიტეტო კურსები შეისწავლა, ხოლო შემდეგ, 1921-23 წლებში სადოქტორო გამოცდები ჩააბარა და დაიწყო ინტენსიური სამეცნიერო მუშაობა ალგებრულ გეომეტრიაში. სადოქტორო დისერტაციაში, რომელიც მან 1928 წელს სორბონაში დაიცვა, შესწავლილია ალგებრულ წირთა უწყვეტი სისტემები და მასთან დაკავშირებული კონფიგურაციები. 1926 წელს გამოვიდა გ. ნიკოლაძის „მხაზველობითი გეომეტრიის კურსი“, ხოლო 1934 წელს, მისი გარდაცვალების შემდეგ – „დიფერენციალური გეომეტრიის ელემენტები“, რომლის წინასიტყვაობა გამოჩენილ მათემატიკოსს ელი კარტანს ეკუთვნის.

1928 წელს გ. ნიკოლაძემ პარიზში ყოფნისას ელექტრული არითმომეტრი გამოიგონა, რომელიც იმ დროისთვის არსებითად ახალი ტიპის გამომთვლელი მანქანა იყო. ამ გამოგონებას აღფრთოვანებით გამოეხმაურა ფრანგი აკადემიკოსი მორის დოკანი – გამოყენებითი მათემატიკის გამოჩენილი სპეციალისტი.

გ. ნიკოლაძე საბჭოთა ალპინიზმის ფუძემდებლად ითვლება. 1923 წელს მან მასობრივი ასვლები მოაწყო მყინვარწვერზე, 1925 წელს – იალბუზზე. იგი გახლდათ საერთაშორისო ასპარეზზე არაერთგზის პრემირებული ტანმოვარჯიშე, ჩინებული მთამსვლელი, ახოვანი, ტანადი და ძარღვიანი. ის თავად განასახიერებდა ათლეტის საუცხოო ნიმუშს.

დიდია ამ ოთხეულის: ა. რაზმაძის, ა. ხარაძის, ნ. მუსხელიშვილის და გ. ნიკოლაძის ღვაწლი ქართული მათემატიკური და ტექნიკური ტერმინოლოგიის დადგენის საქმეში, პირველი რუსულ-ქართული ტექნიკური და მათემატიკური ლექსიკონების შედგენაში, მათ მიერაა შემოღებული არაერთი ფიზიკური, მათემატიკური, ტექნიკური და სპორტული ტერმინი ქართულ ენაზე.

თბილისის უნივერსიტეტში მათემატიკური განათლების ორგანიზაციის პირველი პერიოდი დაკავშირებულია აგრეთვე ანდრია ბენაშვილის მოღვაწეობასთან.

ანდრია ბენაშვილს (1868-1941) სამხედრო განათლება ჰქონდა მიღებული. თბილისის კადეტთა კორპუსისა და მოსკოვის სამხედრო სასწავლებლების დამთავრების შემდეგ (1896 წ.) იგი მიავლინეს პეტერბურგს, გენერალური შტაბის სამხედრო აკადემიაში, რომელიც 1899 წ. დაამთავრა ასტრონომ-გეოდეზისტის სპეციალობით; 1902-1918 წლებში მუშაობდა სანკტ-პეტერბურგის ტექნოლოგიური ინსტიტუტის გეოდეზიის კათედრის გამგედ; პარალელურად მუშაობდა სამხედრო-საინჟინრო აკადემიაში; პირველი მსოფლიო ომის დროს ეკავა სხვადასხვა თანამდებობა კორპუსის მეთაურამდე. ბოლოს იგი გენერალური შტაბის გენერალ-ლეიტენანტი იყო. 1918 წ. იანვარში მოიწვიეს თბილისის უნივერსიტეტის ასტრონომიისა და გეოდეზიის კათედრის პროფესორად. მან პირველი ქართული სახელმძღვანელოები შეადგინა ტოპოგრაფიაში, სფერულ ტრიგონომეტრიაში, სფერულ ასტრონომიაში და ცდომილებათა თეორიაში.

1921 წელს უნივერსიტეტის პროფესორთა საბჭომ გამოყო კომისია უნივერსიტეტთან პოლიტექნიკური ფაკულტეტის ორგანიზაციის პროექტის შესადგენად. ამ კომისიაში შედიოდნენ: ნ. მუსხელიშვილი, ა. დიდებულიძე, ა. რაზმაძე, ა. ბენაშვილი, გ. ნიკოლაძე, ა. ხარაძე და საქართველოს ტექნიკური საზოგადოების წარმომადგენლები.

1922 წლის 16 იანვარს უნივერსიტეტთან ოფიციალურად გაიხსნა პოლიტექნიკური ფაკულტეტი (დეკანი – პროფესორი ა. დიდებულიძე, მდივანი – დოც. ივ. თულაშვილი).

1923 წლიდან უნივერსიტეტში ხუთი ფაკულტეტი არსებობდა: პედაგოგიური, სოციალურ-ეკონომიური, აგრონომიული, სამკურნალო და პოლიტექნიკური.

1926-1930 წლებში პოლიტექნიკური ფაკულტეტის დეკანი ნ. მუსხელიშვილი იყო.

1928 წელს თბილისის უნივერსიტეტის ბაზაზე შეიქმნა საქართველოს სასოფლო-სამეურნეო ინსტიტუტი.

1933 წელს თბილისის უნივერსიტეტში ხუთი ფაკულტეტი იყო. მათ შორის ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტი (დეკანი – პროფ. ნ. მუსხელიშვილი) მათემატიკის, ფიზიკისა და ასტრონომიის განყოფილებებით, ამ ფაკულტეტის მათემატიკის განყოფილება აერთიანებდა შემდეგ კათედრებს:

1. ალგებრისა და გეომეტრიის (კათედრის გამგე პროფ. ა. ხარაძე);

2. მათემატიკური ანალიზის (გამგე – პროფ. ლ. გოკიელი);

3. თეორიული მექანიკის (გამგე – პროფ. ნ. მუსხელიშვილი).

ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტმა 1951 წლამდე იარსება. იმავე წლის ივლისში ამ ფაკულტეტისა და ფიზიკა-ტექნიკის ფაკულტეტის ბაზაზე შეიქმნა ორი ფაკულტეტი: მექანიკა-მათემატიკის (დეკანი – პროფ. ნ. ვეკუა) და ფიზიკის (დეკანი – პროფ. ვ. მამასახლისოვი).

ქართულ მათემატიკურ საზოგადოებაში დამკვიდრებულია გამოთქმა: „შესანიშნავი ოთხეული – ა. რაზმაძე, ნ. მუსხელიშვილი, ა. ხარაძე და გ. ნიკოლაძე“:

ამ ოთხეულმა თბილისის ახლადდაარსებულ უნივერსიტეტში დაიწყო მოღვაწეობა და ქართულ მათემატიკურ სკოლას საფუძველი ჩაუყარა. სამწუხაროდ, ამ ოთხეულის ორი წარმომადგენელი – ა. რაზმაძე და გ. ნიკოლაძე თითქმის ერთდროულად გარდაიცვალნენ. საქართველოში მათემატიკური განათლების ტვირთი ნ. მუსხელიშვილმა და ა. ხარაძემ იკისრეს. მათ შემოიკრიბეს ნიჭიერი და ენერგიული ახალგაზრდობა და ერთობლივი შრომითა და მოღვაწეობით ამ სკოლას მრავალი დიდება და წარმატება მოუტანეს.

საოცარია ისიც, რომ ამ შესანიშნავი ოთხეულის მეორე წყვილის, ორი დიდი მოღვაწის – ნ. მუსხელიშვილისა და ა. ხარაძის მაჯისცემაც თითქმის ერთდროულად შეწყდა, 1976 წელს.

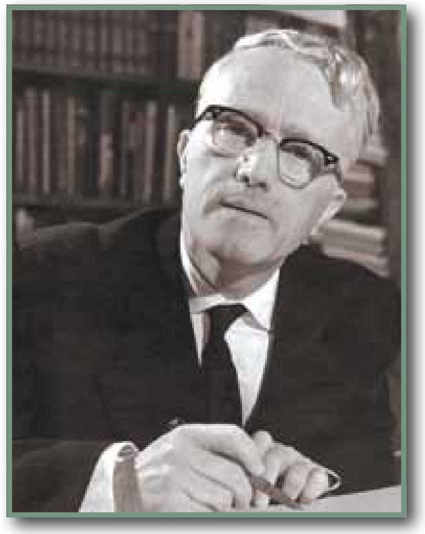
ამ შესანიშნავი ოთხეულის მიერ დანთებული მათემატიკური ცეცხლი დღესაც მძლავრად გიზგიზებს და არასოდეს ჩაქრება.

მათემატიკოსი რექტორები

პროფესორი ჯონდო შარიქაძე

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ცხოვრებაში უდიდესი ღვაწლი მიუძღვის ქართველ მათემატიკოსებს. უნდა აღინიშნოს, რომ სხვადასხვა დროს უნივერსიტეტის რექტორები იყვნენ გამოჩენილი ქართველი მათემატიკოსები: ილია ვეკუა (VII.1953-IX.1953 და IV.1966 – IV.1972), ვიქტორ კუპრაძე (IX.1954 - III.1958) და ევგენი ხარაძე (III.1959- III.1966).

ილია ვეკუა (1907-1977) თსუ რექტორი 1953, 1966-1972, ნოვოსიბირსკის უნივერსიტეტის პირველი რექტორი 1959 წ.



ვიქტორ კუპრაძე (1903-1985) თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის რექტორი 1954-1958

ევგენი ხარაძე (1907-2001) თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის რექტორი 1959-1966

მსოფლიოში სახელგანთქმული ქართველი მათემატიკოსი და მექანიკოსი, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის რექტორი, ნოვოსიბირსკის უნივერსიტეტის ერთ-ერთი დამაარსებელი და პირველი რექტორი, თსუ გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დამაარსებელი და უცვლელი დირექტორი, საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის პრეზიდენტი (1972-1977) აკადემიკოსი ილია ნესტორის ძე ვეკუა იყო მეცნიერი, რომლის დამსახურება ქართული მათემატიკური სკოლის განვითარებაში მართლაც რომ განუზომელია. 1940-1944 წლებში ილია ვეკუა უნივერსიტეტის ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტის დეკანი იყო.1964-1965 წლებში ბატონი ილია იყო საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ვიცე-პრეზიდენტი, ხოლო 1972-1977 წლებში – საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის პრეზიდენტი.

ილია ვეკუას პირველი ფუნდამენტური მონოგრაფია „ელიფსურ განტოლებათა ამოხსნის ახალი მეთოდები“ 1948 წელს გამოვიდა და მას 1950 წელს მიენიჭა საბჭოთა კავშირში ერთ-ერთი უმაღლესი (სტალინური) პრემია. მეორე მონოგრაფია „განზოგადებული ანალიზური ფუნქციები“ 1959 წელს მოსკოვში გამოიცა და მას საბჭოთა კავშირში უმაღლესი (ლენინური) პრემია მიენიჭა. ეს მონოგრაფიები გამოცემულია უცხოეთში ინგლისურ, გერმანულ, ჩინურ და სხვა ენებზე.

1951 წელს ილია ვეკუა მოსკოვში გადავიდა და იქ განაგრძო მეცნიერული მოღვაწეობა. იგი იყო საბჭოთა კავშირის მეცნიერებათა აკადემიის სტეკლოვის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორის მოადგილე (1954-1959), საბჭოთა კავშირის მეცნიერებათა აკადემიის ბიუროს წევრი (1954-1959), საბჭოთა კავშირის მეცნიერებათა აკადემიის პრეზიდიუმის წევრი (1964). ბატონი ილია 1959 წელს ნოვოსიბირსკის უნივერსიტეტის პირველ რექტორად დაინიშნა.

ილია ვეკუა აღიარებულია მრავალი ახალი მეცნიერული მიმართულების ფუძემდებლად. სადაც კი კომპლექსურ ანალიზში საერთაშორისო კონფერენციები იმართება, ყოველთვის საჯაროდ იხსენებენ ილია ვეკუას და მის გამოკვლევებს ანალიზურ ფუნქციათა თეორიაში. ასეთი წარმატების მოპოვება მხოლოდ რჩეულთა ხვედრია. ბატონმა ილიამ ეს მეცნიერული ძიების დიდი სიყვარულითა და შრომისმოყვარეობით დაიმსახურა.

ბატონი ილია ყოველთვის ცდილობდა, მათემატიკა გამოყენებით დარგებს დაკავშირებოდა. გარდაცვალების წინ მან შექმნა უნიკალური ნაშრომი „გარსთა თეორიის სხვადასხვა ვარიანტის აგების ზოგიერთი ზოგადი მეთოდი“, რომელიც მისი გარდაცვალების შემდეგ, 1982 წელს დაიბეჭდა მოსკოვში. ამ ნაშრომისთვის მას 1984 წელს მიენიჭა საბჭოთა კავშირის სახელმწიფო პრემია მეცნიერებისა და ტექნიკის დარგში. გარდაცვალების შემდეგ ასეთი პრემია იშვიათი და განსაკუთრებულია, მით უფრო მათემატიკურ მეცნიერებაში.

ილია ვეკუა 50 წელი ემსახურა მეცნიერებასა და ახალგაზრდობის აღზრდას და მის მიერ დაწყებული ბევრი საქმე დღესაც წარმატებით განაგრძობს მოქმედებას ქართული მეცნიერების საკეთილდღეოდ.

ვიქტორ კუპრაძე საზოგადოებრივ მოღვაწეობაში ერთ-ერთი გამორჩეული პიროვნება გახლდათ. ის პირველი მათემატიკოსი იყო, რომელიც, სრულიად ჭაბუკი, ხელმძღვანელობდა ახალგაზრდულ გაზეთებს. იგი იყო თბილისის უნივერსიტეტის კურსდამთავრებული პირველი ქართველი ასპირანტი, რომელმაც ასპირანტურის კურსი ლენინგრადში გაიარა აკადემიკოსების ა. კრილოვისა და ვ. სმირნოვის ხელმძღვანელობით. სწორედ იქ, ლენინგრადში, აკადემიკოს ნ. მუსხელიშვილის რეკომენდაციითა და მხარდაჭერით, ბატონ ვიქტორთან ერთად ასპირანტურის კურსს გადიოდნენ ი. ვეკუა, ა. გორგიძე, დ. დოლიძე, ი. მეცხვარიშვილი, ა. რუხაძე, ე. ხარაძე, გრ. ხაჟალია, ვ. მამასახლისოვი, ს. ცხაკაია. აი, ეს ახალგაზრდები იყვნენ შემდგომში მათემატიკის, ფიზიკისა და ასტრონომიის ქართული სკოლების მშვენებანი.

ვიქტორ კუპრაძე თბილისის უნივერსიტეტის კურსდამთავრებული პირველი ქართველი მათემატიკოსია, რომელმაც სადოქტორო დისერტაცია დაიცვა მოსკოვში, 1935 წელს, 32 წლის ასაკში. ის იყო მოსკოვში სტეკლოვის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის სწავლული მდივანი.

თბილისში დაბრუნებული ვიქტორ კუპრაძე ამჟამინდელი ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორი გახლდათ. ომიდან დაბრუნებული ვიქტორ კუპრაძე უნივერსიტეტის პრორექტორად დაინიშნა, შემდეგ განათლების მინისტრად, ხოლო 1954 წლის სექტემბერში იგი უნივერსიტეტის რექტორია.

მისი უშუალო ხელმძღვანელობით იქმნება დიფერენციალური და ინტეგრალური განტოლებების კათედრა, რომელსაც სიკვდილამდე ხელმძღვანელობდა.

ბატონი ვიქტორი საქართველოში მათემატიკური საზოგადოების შემქმნელი და პირველი პრეზიდენტი იყო (1962-1966). იგი ინტენსიურ მეცნიერულ მოღვაწეობას ეწეოდა, იკვლევდა დიფრაქციის, რხევათა თეორიის, პოტენციალთა თეორიისა და დრეკადობის მათემატიკური თეორიის ამოცანებს, გამოაქვეყნა 6 სქელტანიანი მონოგრაფია და 120 სამეცნიერო სტატია. მრავალ უცხო ენაზე ისე საუბრობდა, როგორც მშობლიურ ენაზე.

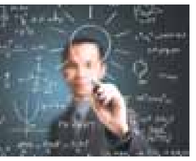
ევგენი ხარაძე თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის რექტორი, საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ჯერ ვიცე-პრეზიდენტი, შემდეგ პრეზიდენტი (1978-1986) იყო. მისი ცხოვრება მთლიანად იყო დაკავშირებული აბასთუმნის ასტროფიზიკურ ობსერვატორიასთან, იყო მისი დამაარსებელი, აღმშენებელი, უცვლელი ხელმძღვანელი და მისი გამგე 60 წლის განმავლობაში. იგი 24 წლის ასაკში შეუდგა მეცნიერულ მოღვაწეობას და გარდაცვალებამდე, 70 წლის განმავლობაში მუხლჩაუხრელად იმოღვაწა.

ევგენი ხარაძის მეცნიერული ინტერესები დაკავშირებულია ჩვენი გალაქტიკის სტრუქტურის შესწავლასთან. მის მიერ შედგენილმა კატალოგმა, რომელიც 14000 ვარსკვლავის ფერის მაჩვენებელს შეეხება, ვარსკვლავთა სპექტრული და ფოტომეტრული მახასიათებლების, ვარსკვლავებისა და ვარსკვლავთშორის სივრცული განაწილების შესწავლამ და ქართველი სახელმოხვეჭილი ასტრონომების სხვა მეცნიერულმა გამოკვლევებმა საქართველოს ასტრონომებს საერთაშორისო ავტორიტეტი მოუპოვეს გალაქტიკის პრობლემების კვლევაში.

ბატონი ევგენი ყოველთვის გრძნობდა მეცნიერულ სიახლეს და ყოველთვის მზად იყო ახალი მიმართულებების განვითარებაზე ზრუნვისთვის. ამაზე მეტყველებს მისი ინიციატივით აბასთუმნის ასტროფიზიკურ ობსერვატორიაში ახალგაზრდა მაღალკვალიფიციური ფიზიკოსების ჩაბმა ახალი ასტრონომიული ობიექტების, პულსარებისა და შავი ხვრელების, აგრეთვე კოსმოლოგიის პრობლემების მეცნიერული კვლევის საქმეში.

ევგენი ხარაძემ დიდი ღვაწლი დასდო ასტრონომიის სახელმძღვანელოების ქართულ ენაზე ამეტყველებას. სიცოცხლის მიწურულს ქართველ ახალგაზრდობას დაუტოვა ასტრონომიის ისტორიის ვრცელი სახელმძღვანელო, ამავე დროს შექმნა მთელი რიგი საინტერესოდ საკითხავი სამეცნიერო-პოპულარული ლიტერატურა ასტრონომიაში.

ევგენი ხარაძე გამორჩეული, დახვეწილი ინტელიგენტი და ადამიანებისადმი კეთილგანწყობილი პიროვნება გახლდათ. მთელი თავისი უშრეტი ენერგია, ფიზიკური და სულიერი ძალები, მთელი მეცნიერული და ორგანიზატორული ტალანტი ქართველი ხალხის სამსახურს მოახმარა. ამიტომაცაა, რომ ქართველი ხალხი მის სახელს მოწიწებით წარმოთქვამს და ეთაყვანება.



მუდმივი განის ფიგურები

გია გიორგაძე

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, ასოცირებული პროფესორი, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

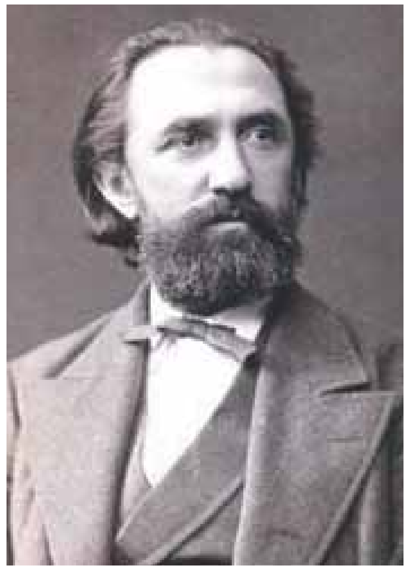
წრეწირის ერთ-ერთი თვისებაა მისი განის მუდმივობა. ეს ნიშნავს შემდეგს: წრეწირის ნებისმიერ წერტილზე გავავლოთ მხები. ავიღოთ მეორე ისეთი წერტილი, რომ შესაძლებელი იყოს ამ წერტილზე პირველის პარალელური მხების გატარება და გავავლოთ იგი (ნახ. 1). დავაფიქსიროთ მანძილი მხებ წერტილებს შორის და მას განი ვუწოდოთ. დავიწყოთ წრეწირის ბრუნვა მისი ცენტრის გარშემო. იგი მუდმივად ეხება წრფეებს ორ წერტილში. სწორედ ასეთ შემთხვევაში ამბობენ, რომ წირს (ჩვენს შემთხვევაში წრეწირს) აქვს მუდმივი განი.

ბუნებრივია დავსვათ კითხვა: არსებობს თუ არა სხვა წირი, რომელსაც ანალოგიური თვისება ექნება? ანუ არსებობს თუ არა მუდმივი სიგანის წრეწირისაგან განსხვავებული წირი? განვიხილოთ წესიერი სამკუთხედი. მისი თითოეული წვეროდან მოპირდაპირე გვერდზე შემოვხაზოთ რკალი ისე, რომ მისი ბოლოები სამკუთხედის წვეროებს დაემთხვეს. მივიღებთ წირს, „მომრგვალებულ სამკუთხედს“ (ნახ. 2), რომელსაც რელოს სამკუთხედი ეწოდება. ეს წირი აგრეთვე მუდმივი განისაა.

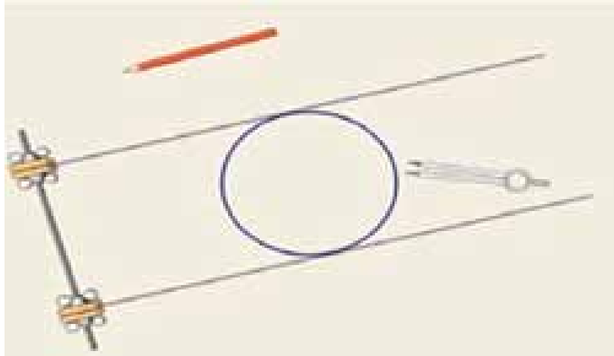
ისევე, როგორც წრეწირის შემთხვევაში, ავიღოთ რელოს სამკუთხედზე ორი წერტილი და ამ წერტილებიდან გავავლოთ ერთმანეთის პარალელური წრფეები. შემდეგ დავიწყოთ რელოს სამკუთხედის ბრუნვა. ვნახავთ, რომ იგი მუდმივად ორ წერტილში ეხება ჩვენს მიერ გავლებულ წრფეებს (ნახ. 3). მართლაც, ერთი წერტილი ყოველთვის მდებარეობს „სამკუთხედის“ წვეროზე, ხოლო მეორე კი „წვეროს“ მოპირდაპირე რკალზე. ე.ი. რელოს სამკუთხედის სიგანე რკალის რადიუსის ტოლია, იგი კი თავის მხრივ აღებული სამკუთხედის გვერდის სიგრძეს ემთხვევა.

ცხოვრებისეულ ენაზე ზემოთ თქმული ნიშნავს იმას, რომ თუკი რელოს სამკუთხედის ფორმის პროფილის ძელებისაგან დამრეც მბრუნავ გზას დავამზადებთ ისე, როგორც ნახ. 4-ზეა ნაჩვენები, მასზე წიგნი ისე დაცურდება, რომ იგი ყანყალს არ დაიწყებს. მაგრამ რელოს სამკუთხედისაგან დამზადებული ბორბალი ტრადიციული ბორბლის საქმეს ვერ გააკეთებს, რადგან მისი ცენტრის ტრაექტორია წრფე არ არის (ნახ. 5)! თუ მუდმივი განის ფიგურას სიმეტრიის ცენტრი აქვს, მაშინ ის აუცილებლად წრეწირია.

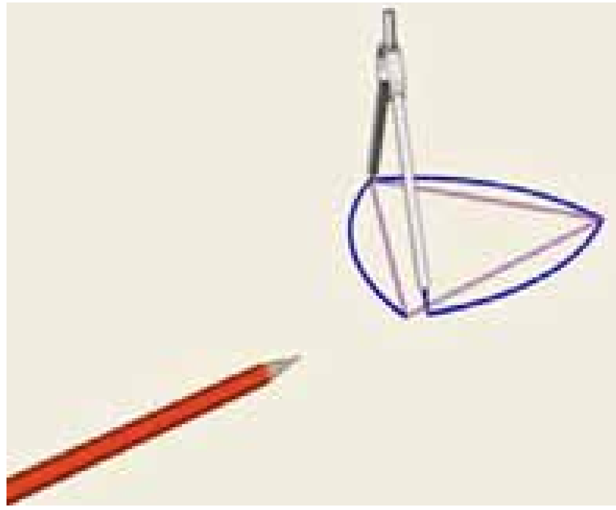
ალმოჩნდა, რომ მუდმივი სიგანის წირების უსასრულო რაოდენობა არსებობს. მაგალითად, ნებისმიერი n-კუთხედისათვის, სადაც n-კენტია, შესაძლებელია იმავე სქემით, როგორც ზემოთ, ავაგოთ მუდმივი სიგანის წირი. ამისათვის საკმარისია ყოველი წვეროდან შემოვხაზოთ რკალი, რომლის ბოლოები n-კუთხედის ორ წვეროს დაემთხვევა.



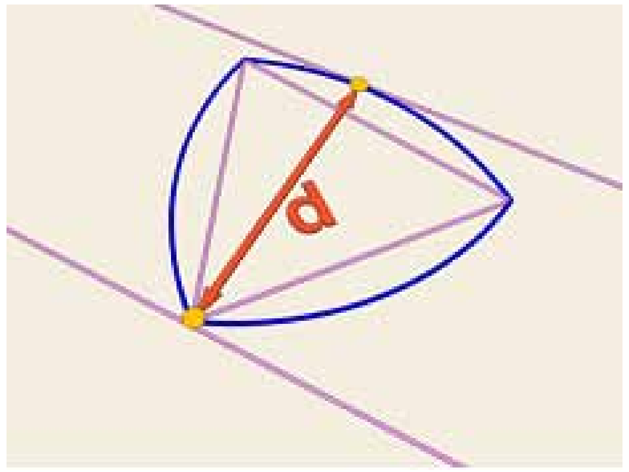
ფრანც რელო (1829-1905) - ფრანგი მეცნიერი. მან პირველმა ჩამოაყალიბა მკაცრად მექანიზმთა სტრუქტურისა და კინემატიკის საკითხები. დაამუშავა ტექნიკური ობიექტების ესთეტიურობის პრობლემა.



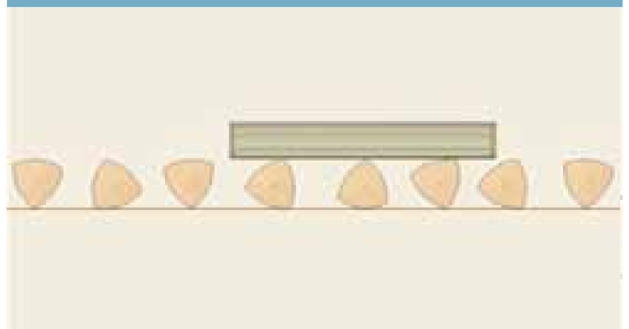
ნახ. 1



ნახ. 2



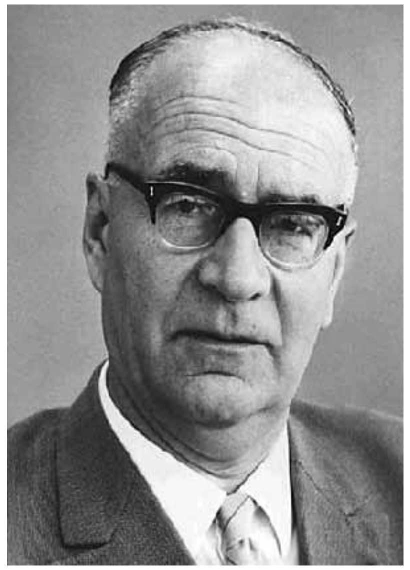
ნახ. 3



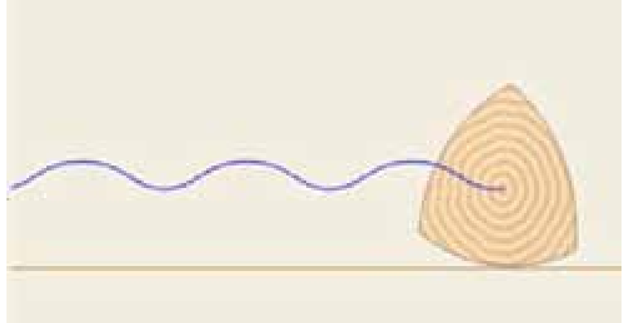
ნახ. 4

მუდმივი განის წირებს შორისაა აგრეთვე ისეთებიც, რომლებსაც არ აქვთ სიმეტრიული ფორმა. განვიხილოთ გადამკვეთ წრფეთა ერთობლიობა. ავირჩიოთ რომელიმე სექტორი, შემოვხაზოთ სექტორის შემქმნელი წრფეების გადაკვეთის წერტილიდან როგორც ცენტრიდან რკალი. გადავიდეთ მეზობელ სექტორში. კვლავ რკალი შემოვხაზოთ ისეთი რადიუსის, რომ უკვე აგებულ რკალს უწყვეტად გადაებას. გავაგრძელოთ ამგვარად რკალების შემოხაზვა. საბოლოოდ შეკრული წირი მიიღება და იგი მუდმივი განის იქნება. მოცემული მუდმივი განის ყველა წირს ტოლი პერიმეტრი აქვს. წრეწირი და რელოს სამკუთხედი მათგან ექსტრემალურობის პირობებით გამოიყოფა. კერძოდ, წრეწირი უდიდესი ფართობის არეს შემოხაზავს, ხოლო რელოს სამკუთხედი კი უმცირესისას.

რელოს სამკუთხედი მრავალ მოწყობილობაშია რეალიზებული. მაგალითად, იაპონური ფირმის მაზდას სპორტული ავტომობილი RX-7 და RX-8 ყველა სხვა ავტომობილისგან იმით გამოირჩევა, რომ მათ აქვთ ე.წ. ვანკელის როტორული ძრავა. ძრავის როტორად გამოყენებულია რელოს სამკუთხედი (ნახ. 6). როტორული ძრავის უპირატესობა ტრადიციულ მუხლალილვიან ძრავასთან შედარებით აშკარაა, რადგან

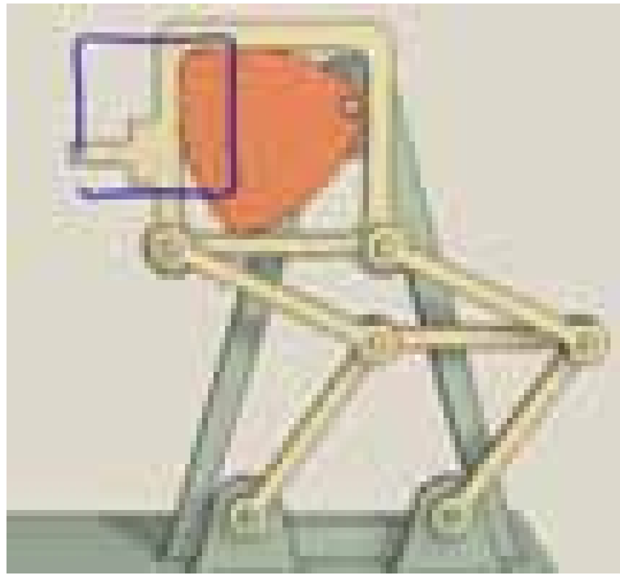


ფელიქს ვანკელი (1902-1988) - გერმანელი ინჟინერ-მექანიკოსი. მისი გამოგონების ლიცენზიების მფობელები იყვნენ ისეთი ფირმები როგორებიცაა დაიმლერ-ბენცი, ალფა-რომეო, პორშე, როლს-როისი, ტოიოტა, იამაჰა, ემერიკან-მოტორსი...



ნახ. 5

ნახ. 6

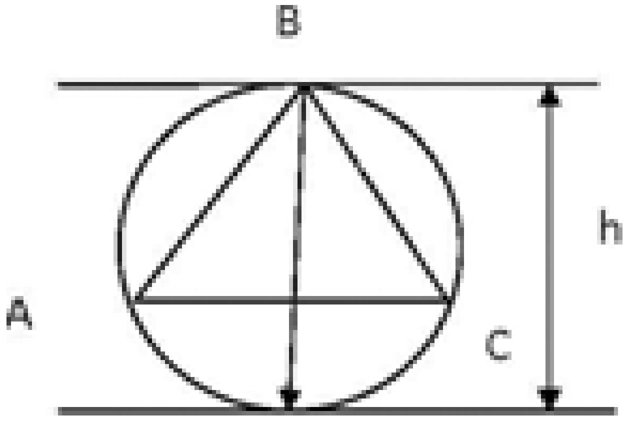


ნახ. 7

ბრუნვითი მომენტი უშუალოდ გადაეცემა სავალი ნაწილის ღერძებს და საჭირო აღარ არის მქნევარა. აგრეთვე, კინოპროექტორის მიერ ეკრანზე მკაფიო გამოსახულებას უზრუნველყოფს ე.წ. დრეიფერული მექანიზმი, რომელიც რელოს სამკუთხედის ზემოთ მოყვანილ თვისებებზეა დაფუძნებული (ნახ. 7).

რელოს სამკუთხედის სიგრძე (პერიმეტრი) და ფართობი. გამოვთვალოთ რელოს სამკუთხედის პერიმეტრი და ფართობი.

თუ რელოს სამკუთხედის განი h-ის ტოლია, მაშინ თითოეული რკალის სიგრძე ტოლია $\frac{2\pi h}{6}$, ხოლო წირის სიგრძე ტოლი იქნება $3\times\frac{2\pi h}{6}$-ის.



ნახ. 8

განვიხილოთ სამი სექტორი, რომელთა ცენტრებია A, B, C წერტილები, ხოლო რადიუსები კი h (ნახ. 8). თითოეული სექტორის ფართობი იქნება $\frac{\pi h^2}{6}$, ხოლო სამივესი კი $\frac{\pi h^2}{2}$. რელოს სამკუთხედის ფართობი ტოლი იქნება $\frac{\pi h^2}{2}$-ს გამოკლებული 2-ჯერ ABC სამკუთხედის ფართობი. ΔABC-ს ფართობი კი ტოლია $\frac{h}{2}\times\frac{h\sqrt{3}}{2}=\frac{h^2\sqrt{3}}{4}$. აქედან, რელოს სამკუთხედის ფართობი $\frac{\pi h^2}{2}-\frac{h^2\sqrt{3}}{4}=\frac{h^2}{2}\left(\pi-\sqrt{3}\right)$-ს ტოლი იქნება.

საზოგადოდ, არამარტო h განის მქონე რელოს სამკუთხედის სიგრძეა πh-ის ტოლი, არამედ h განის მქონე იმ წირების სიგრძეც πh-ის ტოლია, რომლებიც მიიღებიან წესიერი $2n-1$ კუთხედისაგან, სადაც $n\geq 2$.

მართლაც, მრავალკუთხედის თითოეული წვეროდან შემოვხაზოთ რკალი. მივიღებთ მუდმივი განის წირს, რომელიც შედგება $2n-1$ ტოლი რკალისაგან და რომელთა რადიუსები h-ის ტოლია. ყოველი რკალის ცენტრალური კუთხე $\frac{2\pi}{2(2n-1)}=\frac{n}{2n-1}$-ის ტოლია, ამიტომ რკალის სიგრძე იქნება $\frac{\pi h}{2n-1}$. აქედან, წირის სიგრძე იქნება $(2n-1)\frac{\pi h}{2n-1}=\pi h$, ხოლო, რაც შეეხება შესაბამის ფართობებს, ისინი იცვლებიან: რელოს სამკუთხედის ფართობი – $\frac{h^2}{2}\left(\pi-\sqrt{3}\right)$ უმცირესია, ხოლო წრის – $\frac{\pi h^2}{4}$ კი უდიდესი.

ავტორის ელექტრონული მისამართი:
gia.giorgadze@tsu.ge

ენტროპია - განუსაზღვრელობის ზომა

ელიზბარ ნადარაია

საქართველოს ეროვნული მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სრული პროფესორი, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

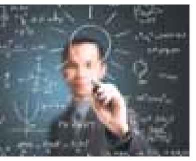
გრიგოლ სოხაძე

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, ასოცირებული პროფესორი, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

ევრისტიკული შესავალი. ადამიანს თავისი ცხოვრების მანძილზე განუსაზღვრელობის პირობებში უწევს ცხოვრება. ეს ძირითადად დაკავშირებულია იმასთან, რომ არა გვაქვს ისეთი მოვლენის განხორციელების გარანტია, რომელიც დაკავშირებულია შემთხვევითობასთან, ან ისეთ ფაქტორებთან, რომელთა წინასწარმეტყველება შესაძლებელია. მაგალითად, მოსწავლემ არ იცის იმ კითხვის შესახებ, რომელსაც მასწავლებელი მას დაუსვამს გაკვეთილის მიმდინარეობისას, მაყურებელი არაა დარწმუნებული იმაში, რომ ყველაზე გამოცდილი ფეხბურთელიც კი შეძლებს, თუ არა პენალტის გატანას, არ ვიცით ქუჩაში პირველი შემხვედრი ადამიანი ქალი იქნება თუ მამაკაცი და ა.შ. ასეთი მაგალითების მოყვანა უსასრულოდ შეიძლება გავაგრძელოთ.

აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ განუსაზღვრელობის ხარისხი, სხვადასხვა შემთხვევებში, სხვადასხვა შეიძლება იყოს. ზოგიერთი შემთხვევა მეტ განუსაზღვრელობას შეიცავს, ზოგიც ნაკლებს. მაგალითად, თუ გვინდა გამოვიცნოთ ერთი კამათლის გაგორებისას მოსული ციფრი, გვექნება უფრო მეტი განუსაზღვრელობა, ვიდრე იმ შემთხვევაში, როცა გვინდა გამოვიცნოთ საფეხბურთო თამაშის შედეგი ლიდერსა და აუტსაიდერს შორის. ან კიდევ, თუ გვინდა გამოვიცნოთ ექვსი რიცხვი, რომელიც ამოვა ლოტოს უახლოესი გათამაშებისას, გვექნება ბევრად უფრო მაღალი რიგის განუსაზღვრელობა, ვიდრე თუ გვინდა გამოვიცნოთ წარმატებული მოსწავლის სემესტრული ნიშანი მათემატიკაში.

ასე რომ, განუსაზღვრელობის ხარისხები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან. საჭირო არის განისაზღვროს რაღაც მეთოდი, რომელიც საშუალებას მოგვცემს განუსაზღვრელობა რიცხვებით შევაფასოთ. ჩავატაროთ გარკვეული ევრისტიკული მსჯელობა იმისათვის, რომ ასეთი რიცხვითი მახასიათებელი შეგვეძლოს შემოვიღოთ. ცხადია, არ უნდა ველოდოთ, რომ იარსებებს ისეთი რიცხვითი მახასიათებელი განუსაზღვრელობისათვის, რომელიც საყოველთაო



იქნება და ყველა სიტუაციისათვის ერთდროულად გამოდგება. ძირითადად, განუსაზღვრელობას წარმოშობს შემთხვევითობასთან დაკავშირებული სიტუაციები, ამიტომ ასეთი რიცხვითი მახასიათებელი უნდა შემოვიღოთ შემთხვევითი ხდომილობების პირობებში.

ვთქვათ, ვატარებთ რაღაც C ცდას, რომელსაც შეიძლება შედეგად ჰქონდეს n სხვადასხვა ელემენტალური ხდომილება (შედეგი). როცა $n = 1$, შემთხვევითობას ადგილი არა აქვს და განუსაზღვრელობაც არ გვექნება, ამიტომ ჩავთვალოთ, რომ $n > 1$. მოსალოდნელი ელემენტალური ხდომილებები ასე აღვნიშნოთ: $\omega_1, \omega_2,..., \omega_n$. თითოეულ მათგანს გარკვეული ალბათობა შეესაბამება: $p_1, p_2,..., p_n$. ცხადია, განუსაზღვრელობა მაქსიმალური მაშინ უნდა იყოს, როცა ეს ალბათობები ერთმანეთის ტოლია: $p_1 = p_2 = \cdot\cdot\cdot = p_n = 1/n$. სხვა შემთხვევაში განუსაზღვრელობა ნაკლები იქნება. მაგალითად, თუ p_1=0,99 და $p_2 = \cdots = p_n = \frac{1}{100(n-1)}$, მაშინ განუსაზღვრელობა ბევრად უფრო ნაკლებია და ცდის შედეგის გამოცნობის ბევრად მეტი შანსი გაგვაჩნია, ვიდრე ტოლი ალბათობების შემთხვევაში. აღვნიშნოთ განუსაზღვრელობის საძებნი რიცხვითი მახასიათებელი $f(n)$-ით. ის n-ის ისეთი ფუნქციაა, რომ $f(1)=0$, რადგანაც ამ შემთხვევაში განუსაზღვრელობას ადგილი არა აქვს. ცხადია აგრეთვე, რომ n-ის ზრდასთან ერთად $f(n)$-ის მნიშვნელობაც უნდა იზრდებოდეს.

დავუშვათ ახლა, რომ შევცვალეთ ჩვენი C ცდა შემდეგნაირად. C ცდას ვატარებთ მხოლოდ მას შემდეგ, როცა ჩავატარებთ მონეტის აგდების D ცდას. ასეთ კომბინირებულ ექსპერიმენტს შედეგად შეიძლება ჰქონდეს ერთ-ერთი შედეგი $2n$ ელემენტალური ხდომილობიდან: $(1,\omega_1), (1,\omega_2),..., (1,\omega_n), (0,\omega_1), (0,\omega_2),..., (0,\omega_n)$. გასაგებია, რომ ასეთ რთულ ექსპერიმენტს უფრო მეტი განუსაზღვრელობა ექნება. C ექსპერიმენტის განუსაზღვრელობას ემატება D ექსპერიმენტის განუსაზღვრელობა. ამიტომ ბუნებრივია ჩავთვლოთ, რომ $f(2n)=f(n)+f(2)$.

სავსებით ანალოგიური მსჯელობით ადვილად დავრწმუნდებით, რომ ნებისმიერი n და m ნატურალური რიცხვებისათვის ადგილი ექნება ტოლობას:

$$f(nm) = f(n) + f(m). \tag{1}$$

ასე რომ, განუსაზღვრელობის ზომა $f(n)$ ფუნქცია, უნდა იყოს ზრდადი, აკმაყოფილებდეს (1) ტოლობას და პირობას $f(1)=0$. ვაჩვენოთ, რომ ასეთი ფუნქცია არსებობს და $f(n)=c\log_2 n$, სადაც $c > 0$ ნებისმიერი მუდმივია. იმ მკითხველს ვისაც სურს, რაც შეიძლება სწრაფად გაეცნოს ენტროპიის ცნებას, ეს ნაწილი შეუძლია გამოტოვოს.

(1) ტოლობიდან ნებისმიერი მთელი დადებითი n და k რიცხვებისათვის შეგვიძლია ჩავწეროთ:

$$\begin{gathered} f\left(n^k\right) = f\left(n^{k-1}n\right) = f\left(n^{k-1}\right) + f(n) = \\ f\left(n^{k-2}n\right) + f(n) = f\left(n^{k-2}\right) + 2f(n) = \cdots = kf(n). \end{gathered} \tag{2}$$

ვთქვათ, n და m ნებისმიერი ნატურალური რიცხვებია. ავიღოთ რაიმე დიდი ნატურალური რიცხვი N. k რიცხვი ისე შევარჩიოთ, რომ ადგილი ჰქონდეს უტოლობებს:

$$m^k \le n^N < m^{k+1}. \tag{3}$$

f ფუნქციის ზრდადობის მოთხოვნის შესაბამისად, შეგვიძლია ჩავწეროთ:

$$f\left(m^k\right) \le f\left(n^N\right) < f\left(m^{k+1}\right).$$

აქედან, (2) ტოლობის თანახმად, მივიღებთ:

$$kf(m) \le Nf(n) < (k+1)f(m),$$

ანუ

$$\frac{k}{N} \le \frac{f(n)}{f(m)} < \frac{k+1}{N}. \tag{4}$$

შევნიშნოთ აგრეთვე, რომ (3) უტოლობებიდან, გალოგარითმებით (2-ის ფუძით), მივიღებთ

$$k\log_2 m \le N\log_2 n < (k+1)\log_2 m,$$

ანუ

$$\frac{k}{N} \le \frac{\log_2 n}{\log_2 m} < \frac{k+1}{N}. \tag{5}$$

(4) და (5) უტოლობებიდან ადვილად მივიღებთ

$$\left|\frac{f(n)}{f(m)} - \frac{\log_2 n}{\log_2 m}\right| < \frac{1}{N}.$$

მიღებულ უტოლობას ადგილი აქვს ყოველი N-თვის, ამასთანავე $\frac{1}{N}$ შეგვიძლია გავხადოთ რაგინდ მცირე, ხოლო მარცხენა მხარე N-გან არაა დამოკიდებული. ამიტომ უნდა შესრულდეს ტოლობა:

$$\frac{f(n)}{f(m)} = \frac{\log_2 n}{\log_2 m}.$$

აქედან მივიღებთ

$$\frac{f(n)}{\log_2 n} = \frac{f(m)}{\log_2 m}.$$

მიღებული ტოლობა სამართლიანია ყოველი n-სა და m-თვის. შესაბამისად, თითოეული წილადი მუდმივია და არ არის დამოკიდებული n-სა და m-გან. ჩავწერთ:

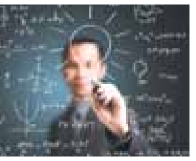
$$\frac{f(n)}{\log_2 n} = \frac{f(m)}{\log_2 m} = c = const.$$

ამგვარად,

$$f(n) = c\log_2 n.$$

ამ ტოლობაში აუცილებლად $c>0$, რადგანაც f ზრდადი ფუნქციაა. ეს ტოლობა აკმაყოფილებს აგრეთვე მოთხოვნას $f(1) = c\log_2 1 = 0$.

ლოგარითმის ფუძედ 2-ის არჩევა მიღებულ გამოსახულებაში არაა აუცილებელი. მის ნაცვლად შეიძლებოდა ნებისმიერი სხვა დადებითი რიცხვი აგველო (მაგალითად 10 ან e). c მუდმივი იძლევა საშუალებას სხვა ფუძე ისევ 2-ით შევცვალოთ, თქვენთვის კარგად ცნობილი $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$ ფორმულით. ლოგარითმის ფუძედ 2-ის არჩევა გარკვეული ტრადიციაა, თუმცა მას თავისებური გამართლებაც აქვს. $\log_2 n$ არის **განუსაზღ-**



ვრელობის ერთეული (ანუ $\log_2 n=1$, როცა $n=2$) უმარტივესი შემთხვევისათვის; კერძოდ, მონეტის აგდების ექსპერიმენტისათვის. ე. ი. იმ უმარტივესი შემთხვევისათვის, როცა ველოდებით ორ თანაბრად შესაძლებელ ხდომილებას. ზომის ასეთ ერთეულს „**ბიტს**“ უწოდებენ. ის წარმოქმნილია ინგლისური binary digit სიტყვების შემოკლებით bit.

ენტროპიის ცნება. ზემოთ ჩატარებული მსჯელობის შედეგად მივიღეთ, რომ განუსაზღვრელობის საზომად გამოდგება ფუნქცია $c\log_2 n$. როგორც წესი, ჩავთვლით, რომ $c=1$ და, შესაბამისად, n თანაბრად შესაძლებელ ხდომილობათა შესაბამისი ექსპერიმენტის განუსაზღვრელობად ჩავთვლით $\log_2 n$-ს. ცხადია, რადგან მთელი ექსპერიმენტის განუსაზღვრელობა $\log_2 n$-ია, ამიტომ თითოეული, ცალკეული ω_k, $k=1, 2,..., n$ ხდომილობისათვის განუსაზღვრელობის ხარისხი უნდა იყოს $\frac{1}{n}\log_2 n = -\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{n}$. ე. ი. თუ გვაქვს თანაბრად შესაძლებელ ხდომილობათა სისტემა $\omega_1, \omega_2,..., \omega_n$, მაშინ თითოეულ ω_k ხდომილობას შეაქვს საერთო განუსაზღვრელობაში თავისი წილი, რომელიც ტოლია $-\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{n}$-სა. ამიტომ ლოგიკურია განვიხილოთ უფრო ზოგადი ალბათური სქემა, როდესაც თითოეულ ω_k ხდომილობას შეესაბამება ალბათობა p_k, ისე რომ $0< p_k\leq 1$, $k=1, 2,..., n$ და $p_1+p_2+\cdots p_n=1$. ჩავთვალოთ, რომ ცალკეულ ω_k-ს შეაქვს $-p_k\log_2 p_k$-ს ტოლი წილი საერთო განუსაზღვრელობაში. შესაბამისად, ჩავთვალოთ, რომ განუსაზღვრელობის ზომა არის:

$$-p_1\log_2 p_1 - p_2\log_2 p_2 - \cdots - p_n\log_2 p_n = -\sum_{k=1}^{n} p_k\log_2 p_k .$$

მიღებულ ზომას *ენტროპია* ეწოდება და $H(\omega)$-თი აღინიშნება. ენტროპია ბერძნული სიტყვაა (entropia) და მობრუნებას, გარდასახვას ნიშნავს. ენტროპიის ცნება მათემატიკაში ამერიკელმა მათემატიკოსმა და ინჟინერმა კლოდ ენვუდ შენონმა[1] (1916-2001) შემოიტანა და ის მალევე გახდა ე. წ. ინფორმაციის თეორიის, კოდირების თეორიისა და სხვა მრავალრიცხოვანი თეორიული თუ პრაქტიკული გამოკვლევების საფუძველი.

დავაზუსტოთ ენტროპიის ცნება იმ შემთხვევისათვის, როცა რომელიმე ალბათობა 0-ის ტოლი შეიძლება გახდეს. განვიხილოთ $y=-x\log_2 x$, $0 < x \leq 1$ ფუნქცია. მისი განსაზღვრის არე არ შეიცავს 0-ს. ვნახოთ ეს ფუნქცია 0-ის სიახლოვეში როგორ იქცევა. ვთქვათ, $x=2^{-t}$ და t უსაზღვროდ იზრდება. მაშინ x სულ უფრო მცირდება და 0-ს უახლოვდება. რადგან $y=-x\log_2 x=-2^{-t}\log_2 2^{-t}=\frac{t}{2^t}$ და 2^t ბევრად უფრო სწრაფად იზრდება ვიდრე t, ამიტომ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ $y\to 0$, როცა $x\to 0$. შესაბამისად, შეგვიძლია გავაფართოვოთ ფუნქციის განსაზღვრის არე და მას 0 წერტილიც შევუერთოთ. ამასთან ჩავთვალოთ, რომ $-x\log_2 x=0$, როცა $x=0$. შესაბამისად, შეგვიძლია შემოვიღოთ:

განსაზღვრა 1. ვთქვათ, ω რაიმე ცდაა, რომლის დროსაც ელემენტალურ ω_k=(k=1, 2,..., n) ხდომილობებს აქვთ ალბათობები $p_1, p_2,..., p_n$ შესაბამისად. მაშინ ω ცდის ენტროპია $H(\omega)$ ეწოდება:

$$H(\omega)=-p_1\log_2 p_1 - p_2\log_2 p_2 - \cdots - p_n\log_2 p_n = -\sum_{k=1}^{n} p_k\log_2 p_k$$

სიდიდეს, სადაც იგულისხმება, რომ $-p_k\log_2 p_k=0$, თუკი ამ k-თვის $p_k=1$.

მაგალითი 1. ვთქვათ, ყუთში გვაქვს 10 თეთრი და 4 შავი ბურთი. შემთხვევით ვიღებთ 2 ბურთს. ვაკვირდებით ამოღებული ბურთების ფერებს.

ცხადია, ცდის შედეგი შეიძლება იყოს ერთ-ერთი შემდეგი ელემენტალური ხდომილებებიდან: ω_1=(თ,თ), ω_2=(თ,შ), ω_3=(შ,შ). მათი შესაბამისი ალბათობებია $p_1=\frac{C_{10}^2}{C_{14}^2}=\frac{45}{91}$, $p_2=\frac{C_{10}^1C_4^1}{C_{14}^2}=\frac{40}{91}$, $p_3=\frac{C_4^2}{C_{14}^2}=\frac{6}{91}$. ამიტომ ენტროპია იქნება:

$$H(\omega)=-\frac{45}{91}\log_2\frac{45}{91}-\frac{40}{91}\log_2\frac{40}{91}-\frac{6}{91}\log_2\frac{6}{91}\approx 1,2823 \text{ ბიტი.}$$

მაგალითი 2. შევადაროთ ერთმანეთს განუსაზღვრელობის თვალსაზრისით ორი ექსპერიმენტი. ორი-

[1] საინტერესოა, რომ კ. ე. შენონმა გამოთვალა სხვადასხვა საჭადრაკო პარტიების რაოდენობის რიგი, რომელიც მან შეაფასა, როგორც 10^{120}. ამ რიცხვს **შენონის რიცხვი** ეწოდება. ეს კოლოსალურად დიდი რიცხვია. შედარებისათვის შეგახსენებთ, რომ სამყაროში დაახლოებით არის 10^{81} ატომი.

ვე ექსპერიმენტში გვინდა გამოვიცნოთ გამარჯვებული. პირველ შემთხვევაში თანაბარი ძალის მოთამაშეები თამაშობენ 2 მოგებამდე. მეორე შემთხვევაში კი 3 მოგებამდე.

პირველ შემთხვევაში:

$$\omega_1=(\mathrm{I, I}),\ \omega_2=(\mathrm{II, II}),\ \omega_3=(\mathrm{I, II, I}),\ \omega_4=(\mathrm{I, II, II}),\ \omega_5=(\mathrm{II, I, I}),\ \omega_6=(\mathrm{II, I, II})$$

$$p_1=p_2=\frac{1}{4},\ p_3=p_4=p_5=p_6=\frac{1}{8},$$

ამიტომ

$$H_1(\omega)=-\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{8}=1+1,5=2,5 \text{ ბიტი.}$$

მეორე შემთხვევაში:

$$\omega_1=(\mathrm{I, I, I}),\ \omega_2=(\mathrm{II, II, II}),\ \omega_3=(\mathrm{I, I, II, I}),\ \omega_4=(\mathrm{I, II, I, I}),\ \omega_5=(\mathrm{II, II, I, II}),$$
$$\omega_6=(\mathrm{II, I, I, I}),\ \omega_7=(\mathrm{II, I, II, II}),\ \omega_8=(\mathrm{I, II, II, II}),\ \omega_9=(\mathrm{I, I, II, II, I}),$$
$$\omega_{10}=(\mathrm{I, II, II, I, I}),\ \omega_{11}=(\mathrm{I, II, I, II, I}),\ \omega_{12}=(\mathrm{II, I, I, II, I}),\ \omega_{13}=(\mathrm{II, I, II, I, I}),$$
$$\omega_{14}=(\mathrm{II, II, I, I, I}),\ \omega_{15}=(\mathrm{II, II, I, II, II}),\ \omega_{16}=(\mathrm{II, I, I, II, II}),\ \omega_{17}=(\mathrm{II, I, II, I, II}),$$
$$\omega_{18}=(\mathrm{I, II, II, I, II}),\ \omega_{19}=(\mathrm{I, II, I, II, II}),\ \omega_{20}=(\mathrm{I, I, II, II, II}),$$

$$p_1=p_2=\frac{1}{8},\ p_3=p_4=\cdots=p_8=\frac{1}{16},\ p_9=p_{10}=\cdots=p_{16}=\frac{1}{32},$$

ამიტომ

$$H_2(\omega)=-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{8}-\frac{3}{8}\log_2\frac{1}{16}-\frac{3}{8}\log_2\frac{1}{32}=4,125 \text{ ბიტი.}$$

ე.ი. მეორე შემთხვევის გამარჯვებული უფრო ძნელი გამოსაცნობია ვიდრე პირველის.

სავარჯიშო 1. გამოთვალეთ ენტროპია ასეთ სქემაში. ყუთში სამი ფერის ბურთია: 2 შავი, 3 თეთრი და 10 წითელი. ვიღებთ 1 ბურთს. ვაკვირდებით ამოღებული ბურთის ფერს.

სავარჯიშო 2. გამოთვალეთ ენტროპია, თუ ორი მოთამაშე თამაშობს ორ მოგებამდე და პირველი მოთამაშე პირად შეხვედრებში მეორე მოთამაშეს უგებს საშუალოდ 9 თამაშს 10-დან. შეადარეთ განუსაზღვრელობის თვალსაზრისით ეს შემთხვევა წინა სავარჯიშოს შემთხვევას.

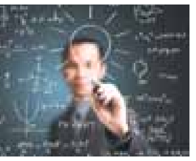
ენტროპიის ზოგიერთი თვისება. სანამ ენტროპიის თვისებებს დავადგენდეთ აღვნიშნოთ $y=f(x)$ ფუნქციის ზოგიერთი თვისება. აქ $y=f(x)=-x\log_2 x$, როცა $0<x\leq 1$ და $f(0)=0$. ეს ფუნქცია 0-ის ტოლი ხდება ორ წერტილში: $x=0$ და $x=1$. სხვა შემთხვევაში ის დადებითია. ფუნქცია ზრდადია $(0,1/e)$ ინტერვალში და კლებადია $(1/e,1)$ ინტერვალში. როცა $x=e^{-1}\approx 0,368$, ფუნქცია აღწევს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას, რომელიც ტოლია რიცხვისა $-e^{-1}\log_2 e^{-1}=\frac{1}{e\ln 2}\approx 0,5309$. ფუნქცია ამოზნექილია განსახილველ $[0,1]$ ინტერვალზე. გავიხსენოთ, რომ $y=f(x)$ ფუნქციას **ამოზნექილი** ეწოდება, თუ ნებისმიერი ორი $x=a$ და $x=b$ წერტილისთვის განსაზღვრის არიდან, მონაკვეთი, რომელიც აერთებს $(a,f(a))$ და $(b,f(b))$ წერტილებს, იმყოფება ამ ფუნქციის გრაფიკის ქვემოთ.

ახლა დავადგინოთ ენტროპიის ზოგიერთი თვისება.

ა) *ენტროპია არაუარყოფითია.* ეს ცხადია, რადგანაც ყოველი k-თვის $0\leq p_k<1$ და ამიტომ $\log_2 p_k\leq 0$. შესაბამისად,

$$H(\omega)=-\sum_{k=1}^{n} p_k\log_2 p_k\geq 0 .$$

აქედან გამოდის, რომ $H(\omega)=0$ მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ ყველა k-თვის $p_k=0$, გარდა ერთისა, $k=k^*$ და იმ k^*-თვის, $p_{k^*}=1$.



ბ) ფიქსირებული n-თვის $H(\omega)$ ენტროპია მაქსიმალურია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა $p_1 = p_2 = \cdots = p_n = \frac{1}{n}$. დავამტკიცოთ ეს მეტად მნიშვნელოვანი თვისება. წინასწარ დავამტკიცოთ შემდეგი:

თეორემა 1 (იენსენი [2]). ვთქვათ, $y = f(x)$ ამოზნექილი ფუნქციაა $[a, b]$ ინტერვალში, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ განსხვავებული წერტილებია ამ ინტერვალიდან, ხოლო $p_1, p_2, \ldots, p_n$ დადებითი რიცხვებია, რომელთათვისაც $p_1 + x_2 + \cdots + p_n = 1$. მაშინ სამართლიანია უტოლობა

$$p_1 f(x_1) + p_2 f(x_2) + \cdots + p_n f(x_n) \le f(p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_n x_n). \qquad (6)$$

დამტკიცება. უტოლობა დავამტკიცოთ მათემატიკური ინდუქციის პრინციპის გამოყენებით. თუ $n = 1$, მაშინ (6) ტრივიალურად სრულდება. ვთქვათ, $n = 2$. გვაქვს $x_1 < x_2$, $x_1, x_2 \in [a, p]$, $p_1 > 0$, $p_2 > 0$ და $p_1 + p_2 = 1$. $y = f(x)$ ფუნქციის გრაფიკზე ავიღოთ წერტილები, რომელთა კოორდინატებია: $M_1(x_1, f(x_1))$, $M_2(x_2, f(x_2))$. ვთქვათ, (x_0, y_0) არის $M_1 M_2$ მონაკვეთის შიგა წერტილი. ფუნქციის ამოზნექილობის გამო $M_1 M_2$ მონაკვეთი მდებარეობს $y = f(x)$ ფუნქციის გრაფიკის ქვემოთ და ამიტომ $y_0 = f(x_0)$. მაგრამ, ცხადია, $x_0 = p_1 x_1 + p_2 x_2$ და $y_0 = p_1 f(x_1) + p_2 f(x_2)$. შესაბამისად,

$$p_1 f(x_1) + p_2 f(x_2) \le f(p_1 x_1 + p_2 x_2).$$

ეს კი ამტკიცებს (6) უტოლობას, როცა $n = 2$. ვთქვათ, ახლა (6) დამტკიცებულია ყველა ინდექსისათვის, რომლებიც არ აღემატებიან $n-1$-ს და ვაჩვენოთ უტოლობის სამართლიანობა n შესაკრებისათვის. გვექნება:

$$f(p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_{n-1} x_{n-1} + p_n x_n) =$$

$$= f\left(p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_{n-2} x_{n-2} + (p_{n-1} + p_n)\left(\frac{p_{n-1} x_{n-1}}{p_{n-1} + p_n} + \frac{p_n x_n}{p_{n-1} + p_n}\right)\right) \ge$$

$$\ge p_1 f(x_1) + p_2 f(x_2) + \cdots + p_{n-2} f(x_{n-2}) + (p_{n-1} + p_n) f\left(\frac{p_{n-1}}{p_{n-1} + p_n} x_{n-1} + \frac{p_n}{p_{n-1} + p_n} x_n\right) \ge$$

$$\ge p_1 f(x_1) + p_2 f(x_2) + \cdots + p_{n-2} f(x_{n-2}) + (p_{n-1} + p_n)\left(\frac{p_{n-1}}{p_{n-1} + p_n} f(x_{n-1}) + \frac{p_n}{p_{n-1} + p_n} f(x_n)\right) =$$

$$= p_1 f(x_1) + p_2 f(x_2) + \cdots + p_{n-1} f(x_{n-1}) + p_n f(x_n).$$

რისი დამტკიცებაც გვინდოდა.

შედეგი 1. ავიღოთ $p_1 = p_2 = \cdots = p_n = \frac{1}{n}$. მაშინ (6) ასე ჩაიწერება:

$$f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_n) \le n f\left(\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}\right). \qquad (7)$$

სავარჯიშო 3. ჩაწერეთ იენსენის უტოლობა ფუნქციისათვის $y = -x^k$ $(k > 1)$.

სავარჯიშო 4. ჩაწერეთ იენსენის უტოლობა $y = \lg x$ ფუნქციისათვის და გამოიყვანეთ უტოლობა საშუალო არითმეტიკულსა და საშუალო გეომეტრიულს შორის.

ახლა დავუბრუნდეთ ბ) თვისების დამტკიცებას. გამოვიყენოთ იენსენის უტოლობის შედეგი $y = -x \log_2 x$, $0 \le x \le 1$ ფუნქციისათვის. ყოველი $p_1, p_2, \ldots, p_n$, $0 \le p_k \le 1$, $p_1 + x_2 + \cdots + p_n = 1$ რიცხვებისათვის (7) უტოლობიდან შეგვიძლია ჩავწეროთ

$$-p_1 \log_2 p_1 - p_2 \log_2 p_2 - \cdots - p_n \log_2 p_n \le -n \cdot \frac{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}{n} \log_2 \frac{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}{n},$$

2 იოჰან, ლუდვიგ, უილიამ, ვოლდემარ იენსენი (1859-1925) – ცნობილი დანიელი მათემატიკოსი და ინჟინერი.

ანუ

$$H(\omega) \le \log_2 n.$$

მეორეს მხრივ, განვიხილოთ ისეთი $\overline{\omega}$ ექსპერიმენტი, როცა ყველა n შედეგი თანაბრად შესაძლებელია – $p_k = \frac{1}{n}$. ასეთი $\overline{\omega}$ ექსპერიმენტისათვის:

$$H(\overline{\omega}) = -\frac{1}{n}\log_2 \frac{1}{n} - \frac{1}{n}\log_2 \frac{1}{n} - \cdots - \frac{1}{n}\log_2 \frac{1}{n} = \log_2 n.$$

ეს კი ამტკიცებს იმას, რომ მაქსიმალური ენტროპია მაშინ მიიღება, როცა საქმე გვაქვს თანაბარ ალბათობებთან.

ამგვარად, ყველაზე განუსაზღვრელი ცდა მაშინ გვაქვს, როცა ცდის მოსალოდნელ შედეგებს თანაბარი ალბათობები შეესაბამება.

ცხადია, ენტროპიის შემოღებული ცნება ითვალისწინებს მხოლოდ ალბათობების განაწილებებს ცდის შედეგებისათვის. ამას შეიძლება მოჰყვეს ის, რომ ზოგიერთ შემთხვევაში შეიძლება გვექნეს ენტროპიების ტოლობა მაშინაც, როცა ცდები სხვადასხვა დამატებით შინაარსაც შეიცავს.

სავარჯიშო 5. ვთქვათ, გვინდა შევადაროთ მკურნალობის ორი მეთოდი. პირველი მეთოდისას სრულ გამოჯანმრთელებას ადგილი აქვს 80% შემთხვევაში, ხოლო დანარჩენ 20% შემთხვევაში ადგილი აქვს მდგომარეობის სტაბილიზაციას. მკურნალობის მეორე მეთოდისას სრულ გამოჯანმრთელებას ადგილი აქვს 80% შემთხვევაში, ხოლო დანარჩენ 20% შემთხვევაში ავადმყოფი იღუპება. შეადარეთ ენტროპიის თვალსაზრისით მკურნალობის აღწერილი ორი მეთოდი.

პირობითი ენტროპია.

ვთქვათ, ω რაიმე ცდაა, რომლის შესაძლო ელემენტალური შედეგები და შესაბამისი ალბათობები ჩვენთვის ცნობილია:

ω_1	ω_1	$\cdots$	ω_n
p_1	p_2	$\cdots$	p_n

მაშასადამე, ცნობილია ენტროპია:

$$H(\omega) = -\sum_{k=1}^{n} p_k \log_2 p_k.$$

დავუშვათ, გაჩნდა დამატებითი ინფორმაცია იმის შესახებ, რომ ადგილი ჰქონდა რაღაც θ ხდომილებას. შეიცვლება თუ არა ამ შემთხვევაში ენტროპია? ინტუიციურად დამატებითმა ინფორმაციამ რაღაც კორექტივები უნდა შეიტანოს ცდის განუსაზღვრელობის ხარისხში. შეიძლება ისიც, რომ საერთოდ არანაირი ცვლილებები არ მოხდეს. ამას მაშინ ადგილი ექნება, თუ θ დამოუკიდებელია თითოეულ ω_k, $k = 1, 2, \ldots, n$ ხდომილობისაგან. ზოგიერთ შემთხვევაში პირიქით, θ-ს მოხდენამ შეიძლება მთლიანად მოსპოს ყოველგვარი განუსაზღვრელობა.

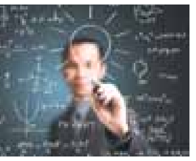
მაგალითი 3. ვთქვათ ვაკვირდებით ყუთიდან ორი ამოღებული ბურთის ფერს (ω ექსპერიმენტი). ყუთში 1 თეთრი და 2 შავი ბურთია და ერთდროულად ამოგვაქვს 2 ბურთი.

ადვილად დავთვლით, რომ $H(\omega) \approx 0{,}9813$ ბიტი. ვთქვათ, დამატებით ცნობილი გახდა, რომ ამოღებული ორი ბურთიდან ერთი თეთრია. მაშინ ცდა კარგავს განუსაზღვრელობას და ენტროპია შესაბამისად 0-ის ტოლი ხდება.

ასე, რომ დამატებითი ინფორმაციის გაჩენისას ენტროპია, საზოგადოდ, იცვლება. მიღებულ სიდიდეს *პირობითი ენტროპია* ეწოდება და ასე აღინიშნება: $H(\omega/\theta)$.

ვთქვათ, $H(\omega_k/\theta) \stackrel{def}{=} p_k(\theta)$ აღნიშნავს ω_k, $k = 1, 2, \ldots, n$ ხდომილების პირობით ალბათობას პირობაში, რომ მოხდა θ ხდომილება.

განსაზღვრა 2. ცდის *პირობითი ენტროპია ხდომილების პირობაში* ეწოდება სიდიდეს



$$H(\omega/\theta) = -p_1(\theta)\log_2 p_1(\theta) - p_2(\theta)\log_2 p_2(\theta) - \cdots - p_n(\theta)\log_2 p_n(\theta) =$$
$$= -\sum_{k=1}^{n} p_k(\theta)\log_2 p_k(\theta).$$

იმ კერძო შემთხვევაში, როცა θ ხდომილება დამოუკიდებელია ყოველი ω_k, $k = 1, 2,\ldots, n$ ხდომილებისაგან, გვექნება

$$p_k(\theta) = P(\omega_k/\theta) = P(\omega_k) = p_k,\ p_k = 1, 2,\ldots, n.$$

ამიტომ

$$H(\omega_k/\theta) = -p_1(\theta)\log_2 p_1(\theta) - p_2(\theta)\log_2 p_2(\theta) - \cdots - p_n(\theta)\log_2 p_n(\theta) = H(\omega)$$

სავარჯიშო 6. ვთქვათ, გვაქვს ასეთი ექსპერიმენტი: თბილისში 1 იანვარს 10^oC-ზე მეტი ტემპერატურა აღინიშნება 3ჯერ ყოველ 10 წელიწადში, $0^oC - 10^oC$ ინტერვალში ტემპერატურა აღინიშნება 5-ჯერ ყოველ 10 წელიწადში, ხოლო უარყოფითი ტემპერატურა დანარჩენ შემთხვევებში იყო დაფიქსირებული. წელს სინოპტიკოსებმა დაასკვნეს, რომ უარყოფითი ტემპერატურა არ იქნება. გამოთვალეთ ენტროპია 1 იანვარს თბილისში ტემპერატურის შესახებ (საზოგადოდ, სინოპტიკოსების დასკვნის გაუთვალისწინებლად) და დამატებითი ინფორმაციის გათვალისწინებით. შეადარეთ ერთმანეთს და ახსენით მიღებული შედეგები.

ახლა განვიხილოთ ორი ექსპერიმენტი ω, რომლის განაწილება მოცემულია ცხრილით:

ω_1	ω_1	...	ω_n
p_1	p_2	...	p_n

და ექსპერიმენტი, რომელიც მოცემულია ცხრილით:

θ_1	θ_1	...	θ_n
q_1	q_2	...	q_n

გვინდა გამოვთვალოთ რთული ექსპერიმენტის ენტროპია. ჩავატაროთ გამოთვლები:

$$p(\omega\theta) = -P(\omega_1\theta_1)\log_2 P(\omega_1\theta_1) - P(\omega_2\theta_2)\log_2 P(\omega_2\theta_2) - \cdots - P(\omega_n\theta_m)\log_2 P(\omega_n\theta_m) =$$
$$= -P(\omega_1)P(\theta_1/\omega_1)\log_2 P(\omega_1) - P(\omega_1)P(\theta_1/\omega_1)\log_2 P(\theta_1/\omega_1) -$$
$$-P(\omega_1)P(\theta_2/\omega_1)\log_2 P(\omega_1) - P(\omega_1)P(\theta_2/\omega_1)\log_2 P(\theta_2/\omega_1) - \cdots -$$
$$-P(\omega_n)P(\theta_m/\omega_n)\log_2 P(\omega_n) - P(\omega_n)P(\theta_m/\omega_n)\log_2 P(\theta_m/\omega_n) =$$
$$= -P(\omega_1)\log_2 P(\omega_1)\big(P(\theta_1/\omega_1) + P(\theta_2/\omega_1) + \cdots + P(\theta_m/\omega_1)\big) -$$
$$-P(\omega_2)\log_2 P(\omega_2)\big(P(\theta_1/\omega_2) + P(\theta_2/\omega_2) + \cdots + P(\theta_m/\omega_2)\big) - \cdots -$$
$$-P(\omega_n)\log_2 P(\omega_n)\big(P(\theta_1/\omega_n) + P(\theta_2/\omega_n) + \cdots + P(\theta_m/\omega_n)\big) -$$
$$-P(\omega_1)\big(P(\theta_1/\omega_1)\log_2 P(\theta_1/\omega_1) + P(\theta_2/\omega_1)\log_2 P(\theta_2/\omega_1) + \cdots + P(\theta_m/\omega_1)\log_2 P(\theta_m/\omega_1)\big) - \cdots -$$
$$-P(\omega_n)\big(P(\theta_1/\omega_n)\log_2 P(\theta_1/\omega_n) + P(\theta_2/\omega_n)\log_2 P(\theta_2/\omega_n) + \cdots + P(\theta_m/\omega_n)\log_2 P(\theta_m/\omega_n)\big).$$

ამ უკანასკნელ ტოლობაში გავითვალისწინოთ, რომ

$$P(\theta_1/\omega_1) + P(\theta_2/\omega_1) + \cdots + P(\theta_m/\omega_1) = 1,$$
$$P(\theta_1/\omega_2) + P(\theta_2/\omega_2) + \cdots + P(\theta_m/\omega_2) = 1,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$P(\theta_1/\omega_n) + P(\theta_2/\omega_n) + \cdots + P(\theta_m/\omega_n) = 1,$$
$$P(\theta_1/\omega_1)\log_2 P(\theta_1/\omega_1) + P(\theta_2/\omega_1)\log_2 P(\theta_2/\omega_1) + \cdots +$$
$$+P(\theta_m/\omega_1)\log_2 P(\theta_m/\omega_1) = H(\theta/\omega_1),$$
$$P(\theta_1/\omega_2)\log_2 P(\theta_1/\omega_2) + P(\theta_2/\omega_2)\log_2 P(\theta_2/\omega_2) + \cdots +$$
$$+P(\theta_m/\omega_2)\log_2 P(\theta_m/\omega_2) = H(\theta/\omega_2),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$P(\theta_1/\omega_n)\log_2 P(\theta_1/\omega_n) + P(\theta_2/\omega_n)\log_2 P(\theta_2/\omega_n) + \cdots +$$
$$+P(\theta_m/\omega_n)\log_2 P(\theta_m/\omega_n) = H(\theta/\omega_n).$$

მივიღებთ:

$$H(\omega\theta) =$$
$$= -p_1\log_2 p_1 - p_2\log_2 p_2 - \cdots - p_n\log_2 p_n + p_1H(\theta/\omega_1) + p_2H(\theta/\omega_2) + \cdots + p_nH(\theta/\omega_n).$$

განსაზღვრა 3. ვთქვათ, გვაქვს ორი ექსპერიმენტი ω და θ, რომლებიც მოცემულია ზემოთ მოყვანილი ცხრილების (ალბათური განაწილებების) საშუალებით. მაშინ θ ცდის პირობითი $H(\theta/\omega)$ ენტროპია ω ცდის პირობაში ეწოდება გამოსახულებას

$$H(\theta/\omega) = p_1H(\theta/\omega_1) + p_2H(\theta/\omega_2) + \cdots + p_nH(\theta/\omega_n),$$

სადაც თითოეული $H(\theta/\omega_k)$, $k = 1, 2,\ldots, n$ არის პირობითი ენტროპია ω_k ხდომილების მიმართ (იხ. განსაზღვრა 2).

შემოტანილი განსაზღვრის, ჩვეულებრივი (უპირობო) ენტროპიის განმარტებისა და ჩატარებული გამოთვლების საფუძველზე შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ სამართლიანია

თეორემა 2. რთული $\omega\theta$ ექსპერიმენტის ენტროპია ასე გამოითვლება:

$$H(\omega\theta) = H(\omega) + H(\theta/\omega)$$

შედეგი 2. თუ ω და θ დამოუკიდებელი ექსპერიმენტებია (ყოველი ω_k, $k = 1, 2,\ldots, n$ ხდომილება ალბათურად დამოუკიდებელია ყოველი θ_j, $j = 1, 2,\ldots, m$ ხდომილებისაგან), მაშინ რთული ექსპერიმენტისათვის

$$H(\omega\theta) = H(\omega) + H(\theta)\cdot$$

მართლაც, ამ შემთხვევაში, ზემოთ დამტკიცებულის თანახმად, ყოველი ω_k-თვის $H(\theta/\omega_k)=H(\theta)$ და ამიტომ

$$H(\theta/\omega) = p_1H(\theta) + p_2H(\theta) + \cdots + p_nH(\theta) = H(\theta)\cdot$$

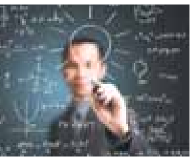
მაგალითი 4. ვთქვათ, ურნაში 10 შავი და 8 თეთრი ბურთია. ω იყოს 2 ბურთის ამოღების ცდა ურნიდან, ხოლო θ იყოს ცდა, როცა ვიღებთ ერთ ბურთს.

ω ექსპერიმენტისას შესაძლებელია შემდეგი შედეგები: ω_0 – ამოღებულია ორივე თეთრი ბურთი, ω_1 – ამოღებულია ერთი შავი ბურთი და ω_2 – ამოღებულია ორი შავი ბურთი. შესაბამისი ალბათობებია: $p_0 = \frac{C_8^2}{C_{18}^2} = \frac{28}{153}$, $p_1 = \frac{C_{10}^1C_8^1}{C_{18}^2} = \frac{80}{153}$, $p_2 = \frac{C_{10}^2}{C_{18}^2} = \frac{45}{153}$. ამიტომ

$$H(\omega) = -\frac{28}{153}\log_2\frac{28}{153} - \frac{80}{153}\log_2\frac{80}{153} - \frac{45}{153}\log_2\frac{45}{153} \approx 1,4568 \text{ ბიტი.}$$

θ ექსპერიმენტის შედეგებია: θ_1 – შავი ბურთის ამოღება და θ_2 – თეთრი ბურთის ამოღება. შესაბამისი ალბათობებია $\frac{5}{9}$ და $\frac{4}{9}$. ამიტომ

$$H(\theta) = -\frac{5}{9}\log_2\frac{5}{9} - \frac{4}{9}\log_2\frac{4}{9} \approx 0,9911 \text{ ბიტი.}$$



პირობითი ალბათობებია: $P(\theta_1/\omega)=\frac{5}{8}$, $P(\theta_2/\omega_0)=\frac{3}{8}$, $P(\theta_1/\omega_1)=\frac{9}{16}$, $P(\theta_2/\omega_1)=\frac{7}{16}$, $P(\theta_1/\omega_2)=\frac{1}{2}$, $P(\theta_2/\omega_2)=\frac{1}{2}$. ამიტომ:

$$H(\theta/\omega_0)=-\frac{5}{8}\log_2\frac{5}{8}-\frac{3}{8}\log_2\frac{3}{8}\approx 0,9544 \text{ ბიტი},$$

$$H(\theta/\omega_1)=-\frac{7}{16}\log_2\frac{7}{16}-\frac{9}{16}\log_2\frac{9}{16}\approx 0,9887 \text{ ბიტი},$$

$$H(\theta/\omega_2)=-\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}=1 \text{ ბიტი}.$$

აქედან კი ჩავწერთ

$$H(\theta/\omega)=\frac{28}{153}\cdot 0,9544+\frac{80}{153}\cdot 0,9887+\frac{45}{153}\cdot 1\approx 0,9858 \text{ ბიტი}.$$

ახლა გამოვიყენოთ შემდეგი იგივობა:

$$H(\omega/\theta)=H(\theta/\omega)+H(\omega)-H(\theta)\cdot \tag{8}$$

მივიღებთ,

$$H(\omega/\theta)=0,9858+1,4568-0,9911=1,4515 \text{ ბიტი}.$$

სავარჯიშო 7. დაამტკიცეთ (8) ფორმულის სამართლიანობა.

სავარჯიშო 8. ვთქვათ, ურნაში 10 შავი და 8 თეთრი ბურთია. თანდათანობით ვიღებთ ორ ბურთს. ω-თი აღვნიშნოთ პირველი ბურთის ამოღებისას ფერის გამოჩენა, ხოლო θ იყოს იგივე მეორე ბურთის ამოღებისას. იპოვეთ $H(\omega)$, $H(\theta)$, $H(\omega/\theta)$ და $H(\theta/\omega)$.

პირობითი ენტროპიისათვის, ინტუიციურად, ახალი ინფორმაცია (ω ცდის შედეგი) უნდა ამცირებდეს განუსაზღვრელობის ხარისხს. სწორედ ესაა პირობითი ენტროპიის ძირითადი თვისება:

თეორემა 3. პირობითი ენტროპია ყოველთვის დადებითია და არ აღემატება უპირობო ენტროპიას:

$$0\le H(\theta/\omega)\le H(\theta) .$$

დამტკიცება. იენსენის (6) უტოლობა ჩავწეროთ $y=f(x)=-x\log_2 x$ ფუნქციისთვის. მივიღებთ:

$$-p_1x_1\log_2 x_1-p_2x_2\log_2 x_2-\dots-p_sx_s\log_2 x_s\le$$
$$\le-(p_1x_1+p_2x_2+\dots+p_sx_s)\log_2(p_1x_1+p_2x_2+\dots+p_sx_s),$$

სადაც $p_1+p_2+\ldots+p_s=1$. ამ უტოლობაში ჩავსვათ

$$x_1=P(\theta_1/\omega_1), x_2=P(\theta_1/\omega_2),\dots,x_s=P(\theta_1/\omega_s)\cdot$$

მივიღებთ:

$$-p_1P(\theta_1/\omega_1)-p_2P(\theta_1/\omega_2)-\dots-p_sP(\theta_1/\omega_s)\le$$
$$\le-\left[p_1P(\theta_1/\omega_1)+p_2P(\theta_1/\omega_2)+\dots+p_sP(\theta_1/\omega_s)\right]\times$$
$$\times\log_2\left[p_1P(\theta_1/\omega_1)+p_2P(\theta_1/\omega_2)+\dots+p_sP(\theta_1/\omega_s)\right].$$

სრული ალბათობის ფორმულის თანახმად,

$$p_1P(\theta_1/\omega_1)+p_2P(\theta_1/\omega_2)+\dots+p_sP(\theta_1/\omega_s)=P(\theta_1)=q_1 ,$$

ამიტომ

$$-p_1P(\theta_1/\omega_1)-p_2P(\theta_1/\omega_2)-\dots-p_sP(\theta_1/\omega_s)\le-q_1\log_2 q_1 .$$

ზუსტად ასეთივე მსჯელობით მივიღებთ:

$$-p_1P(\theta_2/\omega_1)-p_2P(\theta_2/\omega_2)-\dots-p_sP(\theta_2/\omega_s)\le-q_2\log_2 q_2 ,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots ,$$
$$-p_1P(\theta_t/\omega_1)-p_2P(\theta_t/\omega_2)-\dots-p_sP(\theta_t/\omega_s)\le-q_t\log_2 q_t .$$

შევკრიბოთ ყველა ეს უტოლობა. გვექნება

$$p_1H(\theta/\omega_1)+p_2H(\theta/\omega_2)+\dots+p_sH(\theta/\omega_s)\le H(\theta),$$

ანუ

$$H(\theta/\omega)\le H(\theta).$$

რისი დამტკიცებაც გვინდოდა.

შენიშვნა 1. დამტკიცებიდან გამომდინარეობს ასევე, რომ $H(\theta/\omega)=H(\theta)$ ტოლობა სამართლიანია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა θ და ω ცდები ერთმანეთისგან დამოუკიდებელნი არიან.

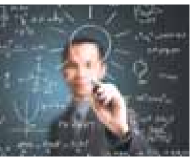
შენიშვნა 2. ამ თეორემის თანახმად, როცა საჭიროა რაიმე პროცედურის მოძებნა იმისათვის, რომ ω ცდის განუსაზღვრელობის მაჩვენებელი ნულამდე შევამციროთ, უნდა ჩავატაროთ ისეთი ცდების (ექსპერიმენტების) სერია $\theta=\theta_1, \theta_2,\ldots, \theta_m$, რომ თითოეულმა ცალკეულმა ცდამ θ_k-მ ენტროპია მაქსიმალურად შეამციროს.

ენტროპიის ზოგიერთი გამოყენება. ენტროპიას მრავალი უმნიშვნელოვანესი გამოყენება აქვს. ინფორმაციის თეორია, კოდირებისა და კავშირგაბმულობის მათემატიკური და კიბერნეტიკული თეორიები, ხმაურის ფილტრაციის თეორია წარმოადგენს ენტროპიის ცნების შემდგომ გაფართოებასა და მასზე დაყრდნობილ მეცნიერულ მიმართულებებს. ჩვენ აქ არა გვაქვს საშუალება მცირედ მაინც მიმოვიხილოთ ყველა ის შესაძლებლობა, რომელსაც განაპირობებს ენტროპიის ცნება. ენტროპიის სარგებლობის საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ მხოლოდ რამოდენიმე ელემენტალური ამოცანა.

შენიშვნა 2 წარმოადგენს საფუძველს მრავალი კონკრეტული ამოცანის ამოხსნისთვის. იმისათვის, რომ ენტროპიის გამოყენების იდეა გახდეს უფრო გასაგები, მოვიყვანოთ მაგალითები.

მაგალითი 5. კაცმა ჩაიფიქრა ორი განსხვავებული რიცხვი, რომლებიც 100-ს არ აღემატებიან. რამდენ კითხვაში შეიძლება გამოვიცნოთ ეს რიცხვები, თუ კითხვები ისე ისმება, რომ მათზე შეიძლება მხოლოდ დადებითი ან უარყოფითი პასუხის („კი“ ან „არა“) გაცემა?

ω ის ექსპერიმენტია, რომელიც ამოცანაშია დასმული. აქ თანაბრად შესაძლებელია ჩაფიქრებულ იყოს ნებისმიერი წყვილი $C_{100}^2=4950$ რიცხვთა წყვილიდან. მათი შესაბამისი ალბათობები ტოლად ჩავთვალოთ და ჩავწეროთ $p_1=p_2=\dots=p_{4950}=\frac{1}{4950}$. ამიტომ $H(\omega)=\log_2 4950\approx 12,273$ ბიტი. ყოველი დასმული კითხვისას (θ_k-ცდა, $k=1, 2,\ldots, m$) შესაძლებელია მხოლოდ ორი, ტოლად მოსალოდნელი პასუხი. ე.ი. თითოეული კითხვისას მაქსიმუმ $\log_2 2=1$ ბიტით შეგვიძლია განუსაზღვრელობის შემცირება. შესაბამისად, ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა არა ნაკლებ $m=13$ კითხვისა. 13 კითხვაში ჩაფიქრებული რიცხვთა წყვილის აღმოჩენა ასე შეიძლება. 4950 წყვილი გავყოთ ორ თანაბარ ჯგუფად და პირველ კითხვაში გავარკვიოთ რომელ ჯგუფს მიეკუთვნება ჩვენთვის უცნობი წყვილი. მეორე ცდისასაც ვცდილობთ მაქსიმალური ენტროპია გამოვიყენოთ (ანუ დაახლოებით თანაბრად გავყოფთ რიცხვთა დარჩენილ წყვილთა სიმრავლეს). ასე გავაგრძელებთ 13-ჯერ და სასურველ წყვილსაც მივაგნებთ.



სავარჯიშო 9. ვთქვათ, ჩაფიქრებულია ნატურალური რიცხვი 1-დან 1000-მდე. რამდენი კითხვით შეიძლება ამ რიცხვის გამოცნობა, თუ კითხვები ისე ისმება, რომ მათზე შეიძლება მხოლოდ დადებითი ან უარყოფითი პასუხის („კი“ ან „არა“) გაცემა?

მაგალითი 6. ვთქვათ, გვაქვს სამი ქალაქი A, B და C. A და B ქალაქში მცხოვრებლები ყოველთვის ტყუიან. C ქალაქში მცხოვრებლები ყოველთვის მართალს ამბობენ. ამასთანავე, რომ ნებისმიერ ქალაქში პირველი შემხვედრი იყოს ან ამ ქალაქის მცხოვრები, ან სხვა რომელიმე ქალაქიდან ჩამოსული სტუმარი. მგზავრი მოხვდა ერთ-ერთ ამ ქალაქთაგანში. ის პირველივე შემხვედრს ესაუბრება და აძლევს კითხვებს. მისი მიზანია გაარკვიოს რომელ ქალაქში იმყოფება და მისი მოსაუბრე მატყუარაა თუ მართალი. კითხვები ისე უნდა იქნეს დასმული, რომ მათზე მხოლოდ „კი“ ან „არა“ პასუხი მიიღებოდეს. რამდენ კითხვაში შეუძლია მგზავრს გაარკვიოს რაც აინტერესებს?

ω იყოს ის ექსპერიმენტი, რომელიც მგზავრს აინტერესებს. სულ გვაქვს 6 შესაძლებლობა – მგზავრი შეიძლება იყოს ნებისმიერში აღნიშნული 3 ქალაქიდან და მისი თანამოსაუბრე შეიძლება იყოს მატყუარა ან მართალი. ჩავთვალოთ ეს შემთხვევები ტოლალბათურად. მაშინ $H(\omega)=\log_2 6$ ბიტი. თითოეულ დასმულ შეკითხვაზე მგზავრი იღებს პასუხად ან „კი“-ს ან „არა“-ს. პირველი კითხვა θ_1-ით აღვნიშნოთ. აქ ალბათობები განაწილდება თანაბრად $\frac{1}{2}$ და $\frac{1}{2}$. ამიტომ $H(\theta_1) = 1$. თუ ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა m კითხვა, მაშინ საერთო ენტროპია იქნება m. შესაბამისად, $m \geq \log_2 6 \approx 2{,}58$. ამგვარად, ამოცანის ამოსახსნელად საკმარისი უნდა იყოს 3 შეკითხვა. პირველი კითხვა ისე უნდა დავსვათ, რომ მოსალოდნელი პასუხის ალბათობები ახლოს იყოს $\frac{1}{2}$-თან. შეგვიძლია დავსვათ ნებისმიერი შეკითხვა იმის გამოსავლენად მოსაუბრე მართალი კაცია თუ მატყუარა. ასე, მაგალითად, „თქვენ მართალი ხართ?”. ეს შეკითხვა 1 ბიტს შეიცავს და ჩვენ გავარკვევთ მოსაუბრე როგორი კაცია. თუ ის მართალი აღმოჩნდა, მაშინ მეორე და მესამე შეკითხვებით დავადგენთ რომელ ქალაქში ვიმყოფებით. თუკი მოსაუბრე მატყუარა აღმოჩნდა, მაშინაც გამორიცხვის მეთოდით შევძლებთ დარჩენილ ორ კითხვაში გავიგოთ რომელ ქალაქში ვიმყოფებით.

სავარჯიშო 10. ვთქვათ, გვაქვს სამი ქალაქი A ქალაქში მცხოვრებლები ყოველთვის მართალს ამბობენ. B ქალაქში მცხოვრებლები ყოველთვის ტყუიან. C ქალაქში მცხოვრებლები კი ყოველი მეორე პასუხისას ტყუიან. ამასთან დასაშვებია, რომ ნებისმიერ ამ ქალაქში პირველი შემხვედრი იყოს ან ამ ქალაქის მცხოვრები ან სხვა რომელიმე ქალაქიდან ჩამოსული სტუმარი. მგზავრი მოხვდა ერთ-ერთ ამ ქალაქთაგანში. ის პირველივე შემხვედრს ესაუბრება და აძლევს კითხვებს. მისი მიზანია გაარკვიოს რომელ ქალაქში იმყოფება და მისი მოსაუბრე რომელი ქალაქის მცხოვრებია. კითხვები ისე უნდა იყოს დასმული, რომ მათზე მხოლოდ „კი“ ან „არა“ პასუხი მიიღებოდეს. რამდენ კითხვაში შეუძლია მგზავრს გაარკვიოს რაც აინტერესებს (**მითითება!** მოსალოდნელია 9 შედეგი. თითოეულ კითხვაში შეგვიძლია განუსაზღვრელობის მაქსიმუმ 1 ბიტით შემცირება. თქვენი კითხვებით, რაც შეიძლება სწრაფად, უნდა დაადგინოთ თანამოსაუბრე C ქალაქიდანაა თუ არა)?

მაგალითი 7. გვაქვს 43 მონეტა, რომელთაგან ერთი ყალბია და უფრო მსუბუქია, ვიდრე ნამდვილი მონეტა. ნამდვილი მონეტები კი ყველა ერთნაირი წონისაა. გვაქვს მხრებიანი სასწორი საწონების გარეშე. რამდენი აწონვით შეიძლება ყალბი მონეტის განსაზღვრა?

43 მონეტიდან ყალბის ამორჩევის ცდა ω-თი აღვნიშნოთ. ყველა მათგანს თანაბარი შანსი აქვს იმისა, რომ იყოს ყალბი. ამიტომ $H(\omega) = \log_2 43 \approx 5{,}42$ ბიტი. თითოეული აწონვისას მოსალოდნელია სამი შემთხვევა – შეიძლება სასწორმა მარცხნივ ან მარჯვნივ დაიწიოს, ან გაწონასწორდეს. ამიტომ თუ პირველ აწონვას θ_1-ით აღვნიშნავთ, მაშინ $H(\theta_1) \leq 3$. შემდეგი აწონვები θ_2-ით, θ_3-ით და ა. შ. აღვნიშნოთ. თუ საჭიროა m აწონვა, მაშინ რთული $\theta = \theta_1 \theta_2 \cdots \theta_m$ ცდისას საჭიროა, რომ

$$H(\theta) \geq H(\omega),$$

ანუ $m\log_2 3 \geq \log_2 43$. ე.ი. $m \geq \frac{\log_2 43}{\log_2 3} \approx 3{,}4236$. აქედან გამოდის, რომ 3 აწონვა არაა საკმარისი ამოცანის ამოსახსნელად, მაგრამ 4 უკვე საკმარისი იქნება. იმისათვის, რომ ვიპოვოთ უშუალო ამოხსნის გზა ასე უნდა ვიმსჯელოთ. სასწორის ორივე მხარეს თანაბარი რაოდენობის მონეტები უნდა დავაწყოთ (არათანაბარ რაოდენობებს აზრი არა აქვს, რადგან წინასწარვე გვეცოდინება აწონვის შედეგი). ვთქვათ თითოეულ მხარეს უნდა დავაწყოთ k მონეტა. აწონვის გარეშე დარჩება $43-2k$ მონეტა. იმისათვის, რომ მივაღწიოთ განუსაზღვრელობის მაქსიმალურ შემცირებას, საჭიროა θ_1 ცდის სამივე შედეგს ჰქონდეს დაახლოებით თანაბარი ალბათობები (მხოლოდ ასეთ შემთხვევაში იქნება მიღწეული $H(\theta_1)$-ის მნიშვნელობა მაქსიმალური და საერთო განუზღვრელობა მაქსიმალურად შემცირდება). ეს ალბათობებია: $\frac{k}{43}$, $\frac{k}{43}$ და $\frac{43-2k}{43}$. ეს ალბათობები მაქსიმალურად ახლოა, მაშინ როცა $k = 14$. ასე, რომ სასწორის ორივე მხარეს მოვათავსებთ 14-14 მონეტას. ამ ცდის შემდეგ გამოიყოფა 14 ან 15 მონეტისაგან შემდგარი ჯგუფი, რომელშიც იმყოფება ყალბი მონეტა. ანალოგიური მსჯელობა უნდა ჩავატაროთ მეორე აწონვისასაც (θ_2 ცდა). ახლა სასწორზე დავდებთ 5-5 მონეტას და შესაბამისად მოიძებნება ჯგუფი, რომელიც შეიცავს ყალბ მონეტას. ეს ჯგუფი უკვე შედგება 4 ან 5 მონეტისაგან. θ_3 ცდისას სასწორზე ვდებთ უკვე 2-2 მონეტას და გამოვყოფთ 1 მონეტას ან 2 მონეტას, რომელიც შეიცავს ყალბ მონეტას. პირველ შემთხვევაში ამოცანა შესრულებულია, ხოლო მეორე შემთხვევაში ჩავატარებთ მეოთხე აწონვას (θ_4 ცდა) თითოთითო მონეტით.

სავარჯიშო 11. განაზოგადეთ ეს ამოცანა იმ შემთხვევისათვის, როცა გვაქვს m ერთნაირი ფორმის მონეტა და მათგან ერთია ყალბი და უფრო მსუბუქია ვიდრე ნამდვილი მონეტა. რამდენი აწონვაა საჭირო ყალბი მონეტის გამოსარჩევად, თუ გვაქვს მხებიანი სასწორი საწონების გარეშე?

მაგალითი 8. ვთქვათ გვაქვს 12 ერთნაირი ფორმის მონეტა, რომელთაგან ერთი ყალბია. ამასთანავე, უცნობია ის უფრო მსუბუქია, თუ უფრო მძიმეა. გვაქვს მხრებიანი სასწორი საწონების გარეშე. რამდენი აწონვისას შეიძლება ამ მონეტის აღმოჩენა?

ვთქვათ, ω არის ყალბი მონეტის გამორჩევის ცდა. ცხადია სულ გვაქვს 24 შემთხვევა: 12-ვე მონეტა შეიძლება იყოს ყალბი და მსუბუქი, ან ყალბი და მძიმე. ამიტომ $H(\omega) = \log_2 24 \approx 4{,}585$. მეორეს მხრივ, θ_1 ცდას (აწონვას) შეიძლება ჰქონდეს სამი სხვადასხვა შედეგი. ამიტომ იმისათვის, რომ m ცდისას მოხდეს ამოცანის გადაწყვეტა, აუცილებელია, რომ $m\log_2 3 \geq \log_2 24$. გამოთვლები გვიჩვენებს, რომ $m \geq 2{,}89$. ამიტომ ვფიქრობთ, რომ სამი ცდა საკმარისი უნდა იყოს ამოცანის გადასაწყვეტად. θ_1 (პირველი აწონვა) ცდისას ავიღოთ და სასწორის ორივე მხარეს დავდოთ k და k ცალი მონეტა, ხოლო $12-2k$ დარჩება აწონვის გარეთ. ალბათობები ასე განაწილდება: $\frac{2k}{24}$, $\frac{2k}{24}$ და $\frac{24-4k}{24}$. ეს ალბათობები ტოლია და, შესაბამისად, უდიდესი ენტროპია გვექნება, როცა $k = 4$. ამიტომ სასწორზე პირველი ცდისას დავდებთ 4-4 მონეტას. ახლა ორი შემთხვევა გავარჩიოთ.

1) *θ_1 ცდისას სასწორები გაწონასწორდა.* აწონვის გარეშე დარჩენილი 4 მონეტიდან ერთი ყალბია. θ_2 (მეორე აწონვა) ცდისას გამოვიყენოთ ის ინფორმაციაც, რომ გამოყოფილი გვაქვს 8 ნამდვილი მონეტა. თუ სასწორის მარჯვენა მხარეს მოვათავსებთ $k \leq 4$ ყალბი მონეტების ჯგუფიდან აღებულ მონეტას, ხოლო მეორე მხარეს იმდენივე ნამდვილ მონეტას, შეგვიძლია დავთვალოთ ენტროპიები სხვადასხვა შემთხვევებში (სხვადასხვა k-თვის). მაქსიმალური ენტროპია მაშინ მიიღება, როცა $k = 3$ (და ის არის $H(\theta_2) = 1{,}56$ ბიტი – აჩვენეთ!). ამგვარად, მეორე აწონვისას ვდებთ მარჯვენა მხარეს 3 საეჭვო მონეტას და მარცხენა მხარეს 3 ნამდვილ მონეტას. თუ სასწორი გაწონასწორდა, მაშინ ყალბია დარჩენილი მე-4 მონეტა და მესამე აწონვისას გავიგებთ ის მძიმეა, თუ მსუბუქი (შევადარებთ ნამდვილ მონეტას). ხოლო თუ სასწორმა წონასწორობა დაკარგა, გავიგებთ ერთდროულად იმასაც, რომ აღებულ სამეულში არის ყალბი და იმასაც, ყალბი მონეტა მსუბუქია თუ მძიმე. მესამე აწონვით გამოვყოფთ თვით ამ ყალბ მონეტასაც (ამ სამი საეჭვოდან ავწონით თითო თითოს სასწორზე).

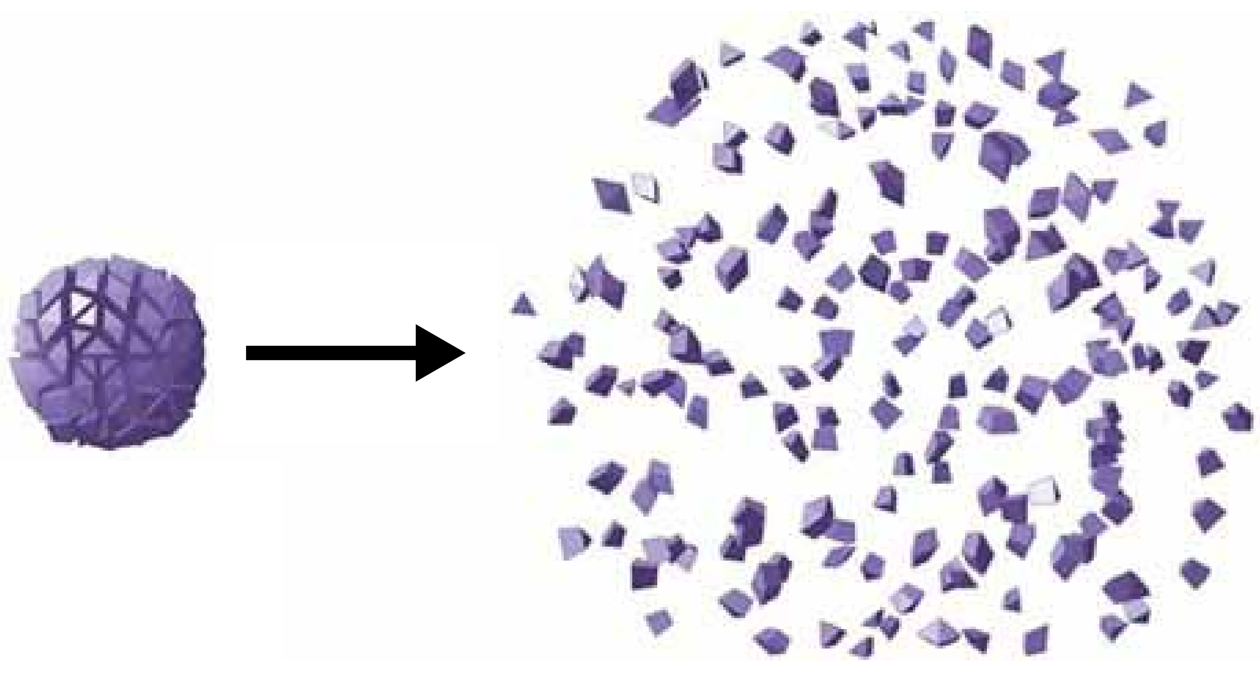
2) *სასწორმა წონასწორობა დაკარგა და მარჯვნივ დაიწია.* მეორე აწონვისას (θ_2 ცდა) მარჯვენა თეფშიდან 2 მონეტა დავტოვოთ და მას ერთი მონეტა მივუმატოთ მარცხენა თეფშიდან, მარცხენა თეფშზე გადმოვიტანოთ 2 მარჯვენა თეფშზე ნამყოფი მონეტა და აქვე დავტოვოთ 1 მონეტა, რომელიც აქ იდო θ_1 ცდისას. ასეთი განაწილებისას ენტროპია მაქსიმალურია და 1,56 ბიტის ტოლია (ასეთი განაწილებები ამ ენტროპიით სხვებიც არსებობს, მაგრამ ჩვენთვის ერთიც საკმარისია). თუ სასწორი გაწონასწორდა, მაშინ ყალბია ერთერთი იმ 2 მონეტიდან, რომლებიც არ მონაწილეობდნენ ამ აწონვისას. თანაც ვიცით უკვე ის მსუბუქია თუ მძიმე. მესამე აწონვისას ამას ადვილად გავარკვევთ. თუ სასწორმა მარჯვენა მხარეს დაიწია, მაშინ ყალბია (და თანაც მძიმეა) ერთერთი იმ ორი მონეტიდან, რომლებიც დავტოვეთ მარჯვენა თეფშზე, ან ყალბია და უფრო

მსუბუქია ის ერთი მონეტა, რომელიც მარცხენა თეფშზე დავტოვეთ. ცხადია მესამე აწონვისას შევადარებთ ერთმანეთს იმ ორ საეჭვო მონეტას და დავადგენთ საბოლოოდ ყალბ მონეტას. ანალოგიურად გამოიკვლევა ის შემთხვევაც, როცა სასწორი მარცხენა მხარეს დაიწევს.

შენიშვნა 3. მკითხველს არ უნდა დარჩეს შთაბეჭდილება, რომ ყველა შემთხვევაში, როცა საერთო ცდებისას გამოვა, რომ $m \geq \frac{H(\omega)}{H(\theta_1)}$, მაშინ უმცირესი მთელი m-თვის, ამოცანის ამოხსნა ყოველთვის შესაძლებელია. საზოგადოდ, ეს ასე არაა. ეს მხოლოდ აუცილებელი პირობაა. არსებობენ შესაბამისი კონტრმაგალითები (იხ. სავარჯიშო 12 ქვემოთ). მაგრამ შეიძლება დავამტკიცოთ, რომ ამ მეთოდით ყოველთვის შესაძლებელია ამოცანის გადაწყვეტა $m = \left[\frac{H(\omega)}{H(\theta_1)}\right] + 2$ ცდაში. აქ $[d]$ აღნიშნავს უდიდეს მთელ რიცხვს, რომელიც ნაკლებია ან ტოლი d-ზე.

სავარჯიშო 12. მაგალითი 6-ის პირობებში, ვთქვათ გვაქვს 13 მონეტა. აჩვენეთ, რომ 3 აწონვა საკმარისი არ არის ყალბი მონეტის გამოსარკვევად, თუმცა ამ შემთხვევაშიც $n \geq 2{,}98$. აჩვენეთ, რომ 4 აწონვა საკმარისია ამოცანის ამოსახსნელად (მითითება. თუ დავუშვებთ, რომ პირველი აწონვისას სასწორის თითოეულ მხარეზე დავდებთ k მონეტას, სადაც $k = 1, 2, 3, 4$, მაშინ სასწორის გაწონასწორების შემთხვევაში ყალბი მონეტა აღმოჩნდება დარჩენილ მონეტებში, რომელთა რაოდენობა 5-ზე მეტია ან ტოლი, ანუ ამ შემთხვევაში დარჩება არა ნაკლებ 10 შემთხვევისა. შესაბამისად, რადგან $2 \cdot \log_2 3 = \log_2 9 < \log_2 10$, ამიტომ დარჩენილ 2 აწონვაში მიზანს ვერ მივაღწევთ. თუკი თავიდან სასწორის ორივე მხარეზე დავდებთ 5-5 ან 6-6 მონეტას და სასწორის რომელიმე (მაგალითად, მარჯვენა) მხარე დაიწევს, მაშინ უნდა დავასკვნათ, რომ ყალბი მონეტა მოხვდა ამ (მარჯვენა) თეფშზე და არის უფრო მძიმე ან ყალბია მონეტა მეორე (მარცხენა) თეფშზე და ის უფრო მსუბუქია. ორივე შემთხვევაში დარჩენილ შესაძლო შედეგთა რაოდენობა არაა 10-ზე ნაკლები და, შესაბამისად, ორი აწონვა საკმარისი არ არის მიზნის მისაღწევად. რაც შეეხება 4 აწონვას, საჭიროა პირველი ცდისას სასწორზე დავდოთ 4-4 მონეტა, ხოლო შემდეგ ისევე მოვიქცეთ, როგორც მაგალითი 8-ის ამოხსნისას.

ავტორების ელექტრონული მისამართები:
elizbar.nadaraya@tsu.ge; grigol.sokhadze@tsu.ge



„ცნობილი რიცხვები“ და მათი თვისებები

ქეთევან შავგულიძე

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი,
ასოცირებული პროფესორი. ივ. ჯავახიშვილის სახელობის
თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და
საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

ზოგიერთი ტიპის რიცხვებით მათემატიკოსები უძველესი დროიდან დაინტერესდნენ და ამ რიცხვებზე ინტერესი დღესაც არ შემცირებულა. ამ რიცხვებთან საკმაოდ ბევრი მათემატიკური პრობლემის გადაწყვეტაა დაკავშირებული. განვიხილოთ ზოგიერთი ასეთი „ცნობილი რიცხვები“.

სრულყოფილი რიცხვები, მერსენის რიცხვები. ნატურალურ რიცხვს ეწოდება სრულყოფილი, თუ მისი გამყოფთა ჯამი $\sigma(\mathrm{n})$-უდრის $2n$-ს (n-ის გამყოფთა ჯამი აღინიშნება $\sigma(n)$-ით და ის მულტიპლიკაციური ფუნქციაა, $\sigma(ab) = \sigma(a)\sigma(b)$, თუ a და b თანამარტივი რიცხვებია). მაგალითად, სრულყოფილი რიცხვებია: 6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056, ...

თეორემა.

ლუწი ნატურალური რიცხვი სრულყოფილია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა $n = 2^{k-1}(2^k-1)$, სადაც $k \geq 2$ და $2^k-1 = p$ მარტივია (k-ც მარტივია).

დამტკიცება, საკმარისობა (ევკლიდე). ვთქვათ $n = 2^{k-1}(2^k-1)$, $k \geq 2$, სადაც k და 2^k-1 მარტივია, ვაჩვენოთ რომ $\sigma(n)=2n$, მართლაც, $\sigma(n) = \sigma(2^{k-1})\sigma(2^k-1) = (2^k-1)(2^k-1+1) = (2^k-1)2^k = 2n$.

აუცილებლობა (ეილერი). ვთქვათ n სრულყოფილი რიცხვია, ანუ $\sigma(n) = 2n$ და $n = 2^s u$, $2 \nmid u$, ვაჩვენოთ, რომ $n = 2^{p-1}(2^p-1)$, სადაც 2^p-1 მარტივია, p მარტივია.

მართლაც, $\sigma(n)=\sigma(2^s)\sigma(u)=2n=2^{s+1}u$, ანუ $(2^{s+1}-1)\sigma(u)=2^{s+1}u$, აქ $(2^{s+1}-1)$ კენტია და ყოფს u-ს, ე.ი. $\frac{u}{2^{s+1}-1} = \frac{\sigma(n)}{2^{s+1}} = t$, ანუ t და $t(2^{s+1}-1)$ არის u-ს გამყოფები, ვნახოთ მათი ჯამი $t + t(2^{s+1}-1) = t\,2^{s+1} = \sigma(u)$, ანუ u-ს სხვა გამყოფი არ ჰქონია $t = 1$ და $u = 2^{s+1}-1$ მარტივია.

ყველა ლუწი სრულყოფილი რიცხვი შეიძლება ჩაიწეროს 1-დან მომდევნო კენტი რიცხვების კუბების ჯამად.

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \cdots + (2k-1)^3 = \mathrm{k}^2(2k^2-1),$$

$$1^3 + 3^3 = 1 + 27 = 28,$$

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 = 1 + 27 + 125 + 343 = 496,$$

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + 9^3 + 11^3 + 13^3 + 15^3 + = \\ = 1 + 27 + 125 + 343 + 729 + 1331 + 2197 + 3375 = 8128.$$

ჯერჯერობით არ არის ცნობილი არსებობს თუ არა კენტი სრულყოფილი რიცხვი. სრულყოფილი რიცხვები რომ მოიძებნოს, საჭიროა მოიძებნოს 2^n-1 ტიპის მარტივი რიცხვები. ამ საკითხზე მუშაობდა ფრანგი მეცნიერი ფიზიკოსი მერსენი (1588-1648) და მის საპატივცემულოდ ასეთი სახის რიცხვებს მერსენის რიცხვები ეწოდა.

ვაჩვენოთ, რომ, თუ 2^n-1 სახის რიცხვი მარტივია, მაშინ n-იც მარტივია.

დავუშვათ საწინააღმდეგო, ვთქვათ $n=ab$ შედგენილია, მაშინ $2^n-1=2^{ab}-1=(2^a-1)(2^{a(b-1)}+2^{a(b-2)}+\cdots+2^a+1)$, ანუ 2^n-1-იც შედგენილია. მივიღეთ წინააღმდეგობა, ე.ი. n მარტივია.

მაშასადამე, 2^n-1 მხოლოდ მაშინ არის მარტივი, როცა n მარტივია, პირიქით დებულება კი საზოგადოდ სამართლიანი არ არის, ანუ, როცა n მარტივია, 2^n-1 ყოველთვის მარტივი არ არის. კერძოდ, მაგალითად, როცა n=2,3,5,7-სათვის 2^n-1 მარტივია, მაგრამ $2^{11}-1=2047=23\times 89$ მარტივი არ არის, აგრეთვე არ არის მარტივი n=23,29,31,61-სთვის და ა.შ.

ფერმას რიცხვები. განვიხილოთ 2^n+1 სახის რიცხვები. ვაჩვენოთ, რომ თუ 2^n+1 სახის რიცხვი მარტივია, მაშინ $n = 2^m$.

დავუშვათ საწინააღმდეგო, ვთქვათ $n=au$, სადაც $u>1$ რაიმე კენტი რიცხვია (ანუ n-ის დაშლაში შედის კენტი მამრავლი), მაშინ $2^n+1=2^{au}+1=(2^a+1)(2^{a(u-1)}-2^{a(u-2)}+\cdots-2^a+1)$, ანუ 2^n+1 შედგენილია. მივიღეთ წინააღმდეგობა, ე.ი. $n=2^m$. ანუ მივიღეთ, რომ თუ 2^n+1 სახის რიცხვი მარტივია, მაშინ მას აქვს სახე $2^{2^m}+1$. ამ სახის რიცხვებს იკვლევდა ფრანგი მეცნიერი პიერ ფერმა (1601-1665) და მას ფერმას რიცხვები ეწოდება. ფერმა გულისხმობდა პირიქითაც, $2^{2^m}+1$ სახის ყველა რიცხვი მისი აზ-

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

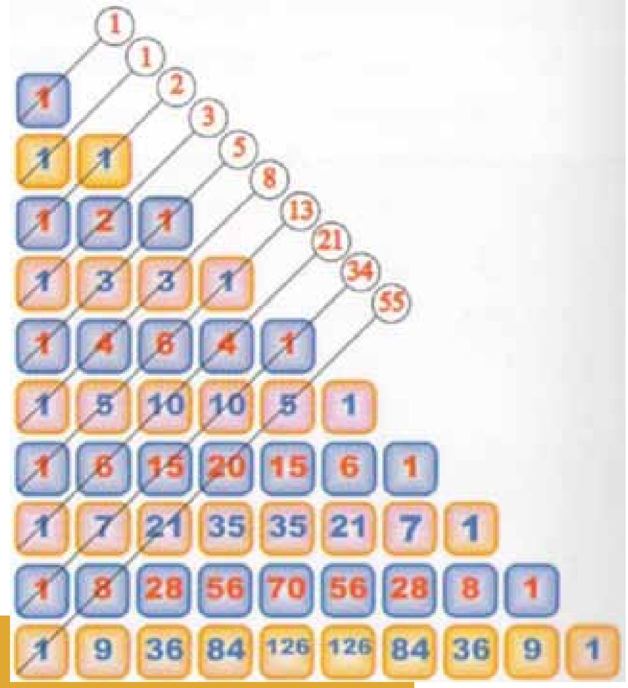
1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

...

ნახ. 1



ნახ. 2

რით მარტივი იყო, მაგრამ ეს ასე არ არის, $F_0=2^{2^0}+1=3$, $F_1=2^{2^1}+1=5$, $F_2=2^{2^2}+1=17$, $F_3=2^{2^3}+1=257$, $F_4=2^{2^4}+1=65537$ (ეს არის უდიდესი ფერმას მარტივი რიცხვი, რომელიც ცნობილია), $F_5=2^{2^5}+1=4294967297=641\times6700417$ (აჩვენა ეილერმა), $F_6=2^{2^6}+1=18446744073709551617=274177\times67280421310721$ (ლანდრი).

ამჟამად ცნობილია, რომ ფერმას რიცხვები $F_m=2^{2^m}+1$, თუ $5 \le m \le 32$ შედგენილია. ფერმას რიცხვებს აქვს შემდეგი თვისება:

$$F_0 F_1 F_2 \ldots F_{n-1} = F_n - 2$$ (მტკიცდება ინდუქციით).

ფიბონაჩის რიცხვები. ლეონარდ ფიბონაჩი (1180-1240) მე-13 საუკუნის ცნობილი იტალიელი მათემატიკოსი იყო. მის სახელს უკავშირდება ფიბონაჩის მიმდევრობა, რომლის ყოველი წევრი წარმოადგენს წინა ორი წევრის ჯამს და მას აქვს შემდეგი სახე:

$$u_1=1,\ u_2=1,\ u_{n+1}=u_n+u_{n-1},$$

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \ldots$$

მოვიყვანოთ ფიბონაჩის მიმდევრობის ზოგიერთი თვისება:

1. $u_1^2+u_2^2+\cdots+u_n^2=u_n\cdot u_{n+1}$, (მაგ. $1+1+4+9+25 = 5\times8$) მტკიცდება ინდუქციით

$$u_1^2+u_2^2+\cdots+u_n^2+u_{n+1}^2=u_n\cdot u_{n+1}+u_{n+1}^2=$$
$$=u_{n+1}\cdot\left(u_n+u_{n+1}\right)=u_{n+1}\cdot u_{n+2};$$

2. $u_1+u_2+\cdots+u_n=u_{n+2}-1$, (მაგ. $1+1+2+3+5 = 13-1$) (მტკიცდება აგრეთვე ინდუქციით);
3. $u_{n-1}u_{n+1}-u_n^2=u_nu_{n-1}-u_{n+1}u_{n-2}=\left(-1\right)^n$, (მაგ. $5\times3-8\times2=-1$);
4. ყოველი მესამე ფიბონაჩის რიცხვი ლუწია,
5. ყოველი მეოთხე იყოფა 3-ზე,
6. ყოველი მეთხუთმეტე ბოლოვდება 0-ით,
7. ორი მეზობელი ფიბონაჩის რიცხვი თანამარტივია,
8. u_m იყოფა u_n-ზე მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ m იყოფა n-ზე,
9. ზოგადად 5-იანს განსაკუთრებული როლი აქვს ფიბონაჩის რიცხვების გაყოფადობაში, კერძოდ, თუ მარტივი რიცხვი p არის $5t \pm 2$ სახის, მაშინ u_{p+1} იყოფა p-ზე, ხოლო თუ მარტივი რიცხვი p არის $5t \pm 1$ სახის, მაშინ u_{p+1} იყოფა p-ზე;
10. ფრანგი მეცნიერის ბინეს (1786-1856) მიერ u_n გამოსახული იყო n-ით.

$$u_n=\frac{\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}$$

ფიბონაჩის რიცხვებს კავშირი აქვს აგრეთვე პასკალის სამკუთხედთანაც.

ვიცით, რომ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$, ამ ფორმულებში a-ს ხარისხი ერთით იკლებს, ხოლო b-ს ხარისხი ერთით იმატებს, ამ თვისების გამო ძნელი არ არის დავწეროთ ორწევრის ნებისმიერი ხარისხი, თუ გვეცოდინება შესაკრებთა კოეფიციენტები. ეს კოეფიციენტები კი შეიძლება ცხრილით გამოვთვალოთ. ამ ცხრილს (ნახ.1) პასკალის სამკუთხედი ეწოდება.

ორწევრის ნებისმიერი ხარისხის გამოსათვლელად არსებობს ფორმულა, რომელსაც ნიუტონის ბინომი ეწოდება და რომელსაც აქვს სახე: $\left(a+b\right)^n=a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+b^n$.

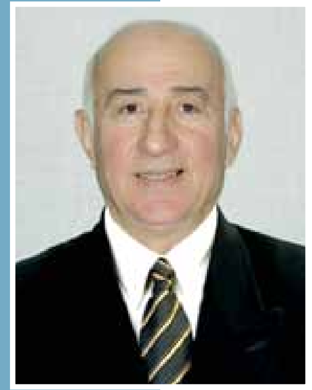
როგორც ცხრილიდან (ნახ. 2) ჩანს, პასკალის სამკუთხედის ე.წ. დიაგონალური ჯამები, აღმავალი მიმართულებით, გვაძლევენ ფიბონაჩის რიცხვებს.

ავტორის ელექტრონული მისამართი:
ketevan.shavgulidze@tsu.ge

ევროპული ოფციონის გათვლის ამოცანა

პეტრე ბაბილუა

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი, ასისტენტ-პროფესორი, ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი; ევროპული სკოლის პედაგოგი



ბესარიონ დოჭვირი

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, ასოცირებული პროფესორი, ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

ძვირფასო მოსწავლეებო,

ყოველ თქვენგანს კარგად ესმის, რომ სწავლა და ცოდნა დაგეხმარებათ მომავალი საქმიანობის არჩევაში, ოჯახის შექმნაში, საზოგადოებისა და ქვეყნის წინაშე მოვალეობის შესრულებაში. თავის დროზე თქვენ დაგეკისრებათ ოჯახის შემოსავალზე ზრუნვა და თქვენს წინაშე დადგება უამრავი ამოცანა: როგორ მივიღოთ და გავანაწილოთ შემოსავალი, როგორ შევქმნათ დანაზოგი და სხვა. ამ ამოცანების გადაწყვეტა სხვა საკითხებთან ერთად მოითხოვს ფინანსურ და სადაზღვევო დაწესებულებებთან ურთიერთობის წესების კარგ ცოდნას. ეს განსაკუთრებით საჭირო გახდა მას შემდეგ, რაც საქართველო დაადგა საბაზრო ეკონომიკის განვითარების გზას.

თანამედროვე საბაზრო ეკონომიკაში მნიშვნელოვანი ადგილი ფინანსურ ბაზრებზე ფასიანი ქაღალდებით ოპერაციებს მიეკუთვნება. ეს ოპერაციები შეიცავს გარკვეულ რისკებს და საჭიროა რისკების შესწავლა და ანალიზი. ამ პრობლემატიკას შეისწავლის ფინანსური მათემატიკა, რომელიც არსებითად იყენებს ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის მეთოდებს

ჩვენ შევეცადეთ მარტივად და მოკლედ გაგაცნოთ ფინანსური მათემატიკის ერთი კონკრეტული ამოცანა – ევროპული ოფციონის გათვლის ამოცანა და მისი ამოხსნა. ამასთან ერთად, ნაშრომი რომ არ გადატვირთულიყო, მოვიტანეთ მხოლოდ რამდენიმე ტერმინის მოკლე განმარტება.

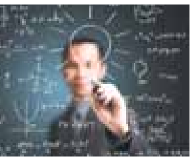
1. ვიგულისხმოთ, რომ დროის $n = 0$ მომენტში ჩვენ გვაქვს რაიმე საწყისი თანხა $B_0 > 0$. თუ ეს თანხა შევიტანეთ ბანკში, მაშინ საწყის თანხას დროის მომავალ მომენტებში გარკვეული წესით დაერიცხება საპროცენტო შემოსავალი. თუ დროის ყოველ შემდეგ მომენტში ანგარიშზე არსებულ თანხას დაერიცხება საწყისი თანხის გარკვეული პროცენტი, მაშინ გვაქვს დარიცხვის მარტივი პროცენტის წესი. თუ დროის ყოველ შემდეგ მომენტში ანგარიშზე არსებულ თანხას დაერიცხება დროის წინა მომენტში არსებული თანხის გარკვეული პროცენტი, მაშინ გვაქვს დარიცხვის რთული პროცენტის წესი. ადვილი საჩვენებელია, რომ მარტივი პროცენტის შემთხვევაში თანხების რაოდენობები ქმნის არითმეტიკულ პროგრესიას, ხოლო რთული პროცენტის შემთხვევაში – გეომეტრიულ პროგრესიას.

აღვნიშნოთ r-ით საპროცენტო განაკვეთი, რომლის მნიშვნელობა ასე დაითვლება: თუ, მაგალითად, თანხას ერიცხება 10%, მაშინ $r = 0.1$. ამის გათვალისწინებით, დროის $n = 1$ და $n = 2$ მომენტებში მარტივი პროცენტის შემთხვევაში გვექნება:

$$B_1=B_0+B_0r=B_0\left(1+r\right),$$
$$B_2=B_1+B_0r=B_0\left(1+r\right)+B_0r=B_0+2B_0r=B_0\left(1+2r\right),$$

ხოლო რთული პროცენტის შემთხვევაში გვექნება:

$$B_1=B_0+B_0r=B_0\left(1+r\right),$$
$$B_2=B_1+B_1r=B_1\left(1+r\right)=B_0\left(1+r\right)^2.$$



როგორც ვხედავთ, B_0, B_1 და B_2 სიდიდეების მიმდევრობა მარტივი პროცენტის შემთხვევაში არითმეტიკული პროგრესიაა, რომლის პირველი წევრია B_0, სხვაობა – B_0r, ხოლო რთული პროცენტის შემთხვევაში – გეომეტრიული პროგრესია, რომლის პირველი წევრია B_0, მნიშვნელი კი – $1 + r$.

საინტერესოა აღვნიშნოთ, რომ ფულს, ისევე როგორც ფასიან ქაღალდებს, დროითი ღირებულება აქვს. მაგალითად, თუ დროის $n = 0$ მომენტში გვაქვს B_0 თანხა, მაშინ r საპროცენტო განაკვეთის გათვალისწინებით, დროის $n = 1$ მომენტში B_0 თანხის სიდიდე (ანუ B_0-ის მომავალი ღირებულება) იქნება $B_1 = B_0(1 + r)$. პირიქითაც, თუ გვინდა, რომ დროის $n = 1$ მომენტში გვქონდეს B_1 თანხა, მაშინ დროის $n = 0$ მომენტში უნდა გაგვაჩნდეს $B_0 = \frac{B_1}{1+r}$ თანხა (ანუ B_1-ის დღევანდელი ღირებულება).

შევნიშნავთ, რომ ფინანსურ ურთიერთობებში არსებობს მარტივი და რთული პროცენტის დარიცხვის უამრავი წესი, რომელსაც ჩვენ არ განვიხილავთ. შევნიშნავთ აგრეთვე, რომ ევროპული ოფციონის გათვლის ამოცანაში გადმოცემის სიმარტივის მიზნით ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ დროის $n = 0$ და $n = 1$ მომენტებს.

2. განვიხილოთ ფინანსური ბაზარი, სადაც ვაჭრობენ ობლიგაციებით და აქციებით. მოვიტანთ ამ ორი ფასიანი ქაღალდის მოკლე განმარტებებს.

ობლიგაცია ანუ ბონი – ეს არის ვალდებულება ფასიანი ქაღალდის სახით, რომელსაც უშვებს სახელმწიფო, ბანკები, კორპორაციები, სააქციო საზოგადოებები და სხვა ფინანსური ინსტიტუტები თანხის მოზიდვის მიზნით. ობლიგაციებში ინვესტირების ძირითადი მიმზიდველობა მდგომარეობს იმაში, რომ მის მფლობელს რეგულარულად უხდიან თანხას გარკვეული წესით და ობლიგაციის დაფარვის მომენტში კი ხდება სრული თანხის გადახდა. ობლიგაციის მთლიანად ურისკო ფასიან ქაღალდად მიჩნევა არ შეიძლება, მაგალითად, იმიტომ, რომ არსებობს კორპორაციის გაკოტრების რისკი.

აქცია – ეს არის ფასიანი ქაღალდი, რომელსაც უშვებენ კორპორაციები, კომპანიები, ფირმები თანხის მოზიდვის მიზნით (ისე, როგორც ობლიგაციების შემთხვევაში). აქციები ძირითადად ორი სახისაა – ჩვეულებრივი და პრივილეგიური. ჩვეულებრივი აქციის მფლობელი კომპანიის მოგებიდან ღებულობს დივიდენდს, რომლის სიდიდე კომპანიის წარმატებულ საქმიანობაზეა დამოკიდებული. კომპანიის გაკოტრების შემთხვევაში ასეთი აქციონერი მთლიანად კარგავს თავის ინვესტიციას. პრივილეგიური აქციის მფლობელს კი გარანტირებული აქვს თავისი ინვესტიციის მთლიანად დაკარგვის ნაკლები რისკი. სამაგიეროდ, ასეთი ინვესტორი კომპანიისგან ღებულობს დივიდენდს, რომლის სიდიდე არ იზრდება კომპანიის შემოსავლის ზრდასთან ერთად.

აქცია რისკიანი ფასიანი ქაღალდია, რადგან მისი მნიშვნელობები დროში შემთხვევით იცვლება და დამოკიდებულია უამრავ ფაქტორზე. აქციებში თანხის ინვესტირება ძირითადად მიმზიდველია არა დივიდენდების მიღებით, არამედ სწორედ აქციის ფასების შესაძლო მკვეთრი ცვლილებებით: ინვესტორს აქვს შანსი მიიღოს დიდი მოგება აქციის დაბალ ფასში ყიდვით და მისი მაღალ ფასში გაყიდვით.

ვიგულისხმოთ, რომ ერთი ობლიგაციის ფასი საწყის $n = 0$ მომენტში არის $B_0 > 0$, ხოლო ერთი აქციის ფასი – $S_0 > 0$. დროის $n = 1$ მომენტში ობლიგაციის და აქციის ფასები გამოითვლება შემდეგი ტოლობებით:

$$B_1 = B_0(1 + r), \tag{1}$$

$$S_1 = S_0(1 + \rho), \tag{2}$$

სადაც $r > 0$ რთული საპროცენტო განაკვეთია, ხოლო ρ ცვლადი სიდიდეა, რომელიც შემთხვევით იღებს მხოლოდ ორ შესაძლო რიცხვით მნიშვნელობას: ან a-ს, ან b-ს, $a < b$, რაც ნიშნავს იმას, რომ აქციის მომავალი ფასების განსაზღვრა ცალსახად შეუძლებელია, რადგანაც წინასწარ ჩვენ არ ვიცით რომელ შესაძლო რიცხვით მნიშვნელობას მიიღებს ρ ცვლადი სიდიდე.

3. შემოვიტანოთ ახლა პოპულარული ფასიანი ქაღალდის – ერთი კონკრეტული სახის ევროპული ოფციონის განმარტება. შევნიშნავთ, რომ სიტყვა „ევროპული“ ნიშნავს იმას, რომ ოფციონის მფლობელს მისი განაღდება შეუძლია ხელშეკრულებით განსაზღვრული ვადის მხოლოდ ბოლო მომენტში.

ევროპული ტიპის ყიდვის სტანდარტული ოფციონი (ოფციონური ხელშეკრულება, კონტრაქტი) გადახდის ფუნქციით

$$f(S_1) = \max(S_1 - K, 0) \tag{3}$$

არის ფასიანი ქაღალდი, რომელიც მის მფლობელს აძლევს უფლებას იყიდოს აქცია დროის ბოლო მომენტში (ჩვენს შემთხვევაში დროის $n = 1$ მომენტში) წინასწარ შეთანხმებულ $K > 0$ ფასად. თუ $S_1 > K$, მაშინ ოფციონის მფლობელი გაანაღდებს ოფციონს, ანუ იყიდის აქციას K ფასად, მყისვე გაყიდის მას S_1 ფასად და მიიღებს მოგებას $f(S_1) = S_1 - K$. თუ $S_1 \leq K$, მაშინ ოფციონის მფლობელი არ გაანაღდებს ოფციონს, რადგან ამ შემთხვევაში მას მოგება არ ექნება და მისი დანაკარგი იქნება ოფციონში გადახდილი თანხა.

შევნიშნავთ, რომ (3) ტოლობაში გამოყენებული აღნიშვნის შინაარსი შემდეგია: $\max(S_1 - K, 0)$ ნიშნავს $S_1 - K$ და 0 რიცხვებს შორის უდიდესს (მაქსიმუმს). მაგალითად, $\max(3,0) = 3$, $\max(-2,0) = 0$.

ოფციონის გამომშვების – ემიტენტის წინაშე დგას შემდეგი ძირითადი ამოცანა: რა უმცირეს (სამართლიან) ფასად უნდა გაყიდოს მან ოფციონი, რომ საჭიროების შემთხვევაში შეძლოს ხელშეკრულებით გათვალისწინებული თანხის გადახდა. ამისათვის ემიტენტმა დროის $n=0$ მომენტში ოფციონის გაყიდვით მიღებული თანხით უნდა ააგოს ობლიგაციებით და აქციებით ვაჭრობის ისეთი ოპტიმალური გეგმა ანუ სტრატეგია, რომ $S_1 > K$ შემთხვევაში გააჩნდეს დროის $n = 1$ მომენტში ზუსტად $f(S_1)$ თანხა.

სწორედ ოფციონის სამართლიანი ფასის პოვნა და ოპტიმალური სტრატეგიის აგება შეადგენს ოფციონის გათვლის ამოცანას.

ოფციონის ერთ-ერთი ძირითადი მიმზიდველობა მდგომარეობს იმაში, რომ იგი იაფი ღირს და მისი საშუალებით შეიძლება (გარკვეული რისკის ხარჯზე) დიდი მოგების მიღება.

მართლაც, ვთქვათ, დროის $n = 0$ მომენტში ჩვენი საწყისი თანხა $X_0 = 10000$, $S_0 = 100$, $K = 100$, ხოლო ყიდვის სტანდარტული ოფციონის ფასია $C = 10$ განაღდების $n=10$ მომენტით. ცხადია, X_0 თანხა სხვადასხვანაირად შეიძლება გამოვიყენოთ ოფციონებისა და აქციების ყიდვისათვის. მაგალითისათვის განვიხილოთ შემდეგი ორი შემთხვევა:

1) ვთქვათ, ვიყიდეთ მხოლოდ ოფციონები, ე.ი. 1000 ოფციონი. თუ $S_0 > K$ და, მაგალითად, $S_{10} = 150$, მაშინ ერთი ოფციონი მოგვცემს 150–100=50-ის ტოლ თანხას, ხოლო 1000 ოფციონი მოგვცემს 50000-ის ტოლ თანხას და ჩვენი სუფთა მოგება იქნება 50000–10000=40000-ის ტოლი თანხა. თუ კი $S_{10} \leq K$, მაშინ ჩვენ დავკარგავთ მთლიან საწყის თანხას.

2) ვთქვათ, ვიყიდეთ მხოლოდ აქციები, ე.ი. 100 აქცია. თუ $S_{10} = 150$, მაშინ 100 აქცია მოგვცემს 15000-ის ტოლ თანხას და ჩვენი სუფთა მოგება იქნება 15000–10000=5000-ის ტოლი თანხა. თუ $S_{10} \leq K$ და, მაგალითად, $S_{10} = 80$ მაშინ 100 აქცია მოგვცემს 8000-ის ტოლ თანხას და ჩვენი დანაკარგი იქნება 10000–8000=2000-ის ტოლი თანხა.

4. ვიგულისხმოთ, რომ $n = 0$ მომენტში ერთი ობლიგაციის ფასია S_0, ხოლო ერთი აქციის ფასია S_0 და ინვესტორმა შეიძინა, შესაბამისად, β_0 და γ_0 რაოდენობების ობლიგაცია და აქცია. შევნიშნავთ, რომ β_0 და γ_0 სიდიდეები შეიძლება იყოს წილადი და უარყოფითი რიცხვებიც. მაგალითად, $\beta_0 = \frac{3}{2}$ ნიშნავს ერთნახევარი ობლიგაციის ყიდვას, ხოლო $\gamma_0 = -\frac{1}{2}$ ნიშნავს ნახევარი აქციის სესხებას.

შემოვიღოთ აღნიშვნა $\pi_0 = (\beta_0, \gamma_0)$, რომელსაც $n = 0$ მომენტში ინვესტორის პორტფელი (სტრატეგია) ეწოდება. საწყისი X_0 თანხა შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$X_0 = X_0^{\pi} = \beta_0 B_0 + \gamma_0 S_0 \,. \tag{4}$$

დროის $n = 1$ მომენტის დადგომამდე ინვესტორს შეუძლია გარკვეული მოსაზრებების გამო (მაგალითად, აქციის ფასის მოსალოდნელი ცვლილების გამო) $\pi_0 = (\beta_0, \gamma_0)$ შეცვალოს ახალი $\pi_1 = (\beta_1, \gamma_1)$ პორტფელით, $\beta_1 \neq \beta_0$, $\gamma_1 \neq \gamma_0$. მაშინ (4) თანხა ასე ჩაიწერება

$$X_0^{\pi} = \beta_1 B_0 + \gamma_1 S_0 \,. \tag{5}$$

ცხადია, ინვესტორის სურვილია ააგოს ოპტიმალური სტრატეგია, ანუ ისეთი $\pi_1 = (\beta_1, \gamma_1)$ პორტფელი, რომ დროის $n = 1$ მომენტში ობლიგაციისა და აქციის ახალი B_1 და S_1 ფასების გათვალისწინებით შესრულდეს ტოლობა

$$X_1^{\pi} = \beta_1 B_1 + \gamma_1 S_1 = f\left(S_1\right), \tag{6}$$

სადაც f არის (3) ტოლობით განმარტებული გადახდის ფუნქცია.

შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნები:

$$S_{1,0} = S_0(1 + a), \quad S_{1,1} = S_0(1 + b)$$
$$f_{1,0} = f(S_{1,0}), \quad f_{1,1} = f(S_{1,1})$$

ამ აღნიშვნებისა და (1), (2) ტოლობების გამოყენებით (6) ტოლობა ჩაიწერება უცნობი β_1 და γ_1 სიდიდეების მიმართ ორუცნობიან წრფივ განტოლებათა შემდეგი სისტემის სახით:

$$\begin{cases} \beta_1(1+r)B_0 + \gamma_1(1+a)S_0 = f_{1,0} \\ \beta_1(1+r)B_0 + \gamma_1(1+b)S_0 = f_{1,1} \end{cases} . \tag{7}$$

ამ სისტემის ამონახსნი ანუ ოპტიმალური სტრატეგია $\pi_1^* = \left(\beta_1^*, \gamma_1^*\right)$ ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$\beta_1^* = \frac{(1+b)f_{1,0} - (1+a)f_{1,1}}{(1+r)(b-a)B_0}, \tag{8}$$

$$\gamma_1^* = \frac{f_{1,1} - f_{1,0}}{(b-a)S_0} \,. \tag{9}$$

რაც შეეხება ოფციონის სამართლიანი ფასის პოვნას, ამისათვის β_1^* და γ_1^* სიდიდეების (8) და (9) მნიშვნელო-

ბები შევიტანოთ (5) ტოლობაში. აღვნიშნოთ ოფციონის სამართლიანი ფასი C_1-ით. მარტივი ალგებრული გარდაქმნების შემდეგ გვექნება

$$C_1 = X_0^{\pi^*} = \beta_1^* B_0 + \gamma_1^* S_0 = \frac{(1+b) f_{1,0} - (1+a) f_{1,1}}{(1+r)(b-a) B_0} \cdot B_0 + \frac{f_{1,1} - f_{1,0}}{(b-a) S_0} \cdot S_0 =$$

$$= \frac{1}{1+r} \left(\frac{r-a}{b-a} \ f_{1,1} + \frac{b-r}{b-a} \ f_{1,0} \right). \qquad (10)$$

ამრიგად, ევროპული ტიპის ყიდვის სტანდარტული ოფციონის გათვლის ერთნაბიჯიანი ამოცანა გადაწყვეტილია: (10) ტოლობით გამოთვლილია სამართლიანი ფასი, ხოლო (8) და (9) ტოლობებით აგებულია ოპტიმალური სტარტეგია.

5. ბოლოს გვინდა მოვიტანოთ ევროპული ტიპის ყიდვის სტანდარტული ოფციონის გათვლის ამოცანის რიცხვითი მაგალითი.

მაგალითი. ვიგულისხმოთ, რომ გვაქვს შემდეგი მონაცემები:

$$B_0 = 20,\ r = \frac{1}{5}\ ,\ S_0 = 100,\ \rho = a = -\frac{2}{5}\ \text{ან}\ \rho = b = \frac{3}{5}\ ,\ K = 100.$$

გადავწყვიტოთ ევროპული ტიპის ყიდვის სტანდარტული ოფციონის გათვლის ამოცანა.

ამოხსნა. ჩვენ დაგვჭირდება შემდეგი რიცხვითი მნიშვნელობები:

$$1+a = 1-\frac{2}{5} = \frac{3}{5},\ 1+b = 1+\frac{3}{5} = \frac{8}{5},\ b-a = \frac{3}{5}+\frac{2}{5} = 1,$$

$$\frac{r-a}{b-a} = \frac{\frac{1}{5}+\frac{2}{5}}{1} = \frac{3}{5},\ \frac{b-r}{b-a} = \frac{\frac{3}{5}-\frac{1}{5}}{1} = \frac{2}{5},\ 1+r = 1+\frac{1}{5} = \frac{6}{5},\ \frac{1}{1+r} = \frac{5}{6},$$

$$S_{1,0} = S_0(1+a) = 100 \cdot \frac{3}{5} = 60,$$

$$S_{1,1} = S_0(1+b) = 100 \cdot \frac{8}{5} = 160,$$

$$f_{1,0} = \max(S_{1,0} - K, 0) = \max(60-100, 0) = 0,$$

$$f_{1,1} = \max(S_{1,1} - K, 0) = \max(160-100, 0) = 60.$$

გამოვთვალოთ ახლა C_1 სამართლიანი ფასი. (10) ტოლობის თანახმად გვექნება:

$$C_1 = \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot 60 + \frac{2}{5} \cdot 0 \right) = 30 \cdot$$

დროის $n = 0$ მომენტში ავაგოთ ოპტიმალური სტრატეგია $\pi_1^* = (\beta_1^*, \gamma_1^*)$. ეს იმას ნიშნავს, რომ ოფციონის სამართლიანი ფასის C_1=30-ის ტოლი თანხით (შესაძლოა კიდევ ნასესხები თანხით) უნდა გვქონდეს შემდეგი:

1) თუ $S_1 = S_{1,0} = 60$, მაშინ, $X_1^{\pi^*} = \beta_1^* B_1 + \gamma_1^* S_{1,0} = 0$, $f_{1,0} = 0$.

2) თუ $S_1 = S_{1,1} = 160$, მაშინ $X_1^{\pi^*} = \beta_1^* B_1 + \gamma_1^* S_{1,1} = 60$, $f_{1,1} = 60$.

(8) და (9) ტოლობების თანახმად, გვექნება:

$$\beta_1^* = \frac{\frac{8}{5} \cdot 0 - \frac{3}{5} \cdot 60}{\frac{6}{5} \cdot 1 \cdot 20} = -\frac{3}{2}\ ,\quad \gamma_1^* = \frac{60-0}{1 \cdot 100} = \frac{3}{5}\ .$$

ამრიგად, ოპტიმალური სტრატეგიაა $\pi_1^* = \left(-\frac{3}{2}\ , \frac{3}{5}\right)$. ახლა გავაანალიზოთ, წთუ რა ოპერაციები გვაქვს ჩასატარებელი. ჩვენ გვაქვს ოფციონის გაყიდვით მიღებული თანხა C_1=30 და, აგრეთვე, $\frac{3}{2}$ ობლიგაციის სესხებით მიღებული $\frac{3}{2} \cdot 20 = 30$-ის ტოლი თანხა. ჯამური თანხით ჩვენ ვიყიდეთ $\frac{3}{5}$ აქცია, რისი საშუალება მართლაც გვა-ქვს, რადგანაც $\frac{3}{5} \cdot 100 = 60 = 30 + 30$. განვიხილოთ ორი შემთხვევა.

შემთხვევა I. ვთქვათ, $S_1 = S_{1,1} = 160$. ობლიგაციის ფასია

$$B_1 = (1+r) B_0 = \frac{6}{5} \cdot 20 = 24\,.$$

ასეთ შემთხვევაში გვექნება

$$X_1^{\pi^*} = -\frac{3}{2} \cdot 24 + \frac{3}{5} \cdot 160 = 60\ ,$$

რაც ზუსტად პასუხობს ოფციონის ვალდებულებას $f_{1,1} = f(S_{1,1}) = 60$.

ამრიგად, დროის $n = 1$ მომენტში გავყიდით $\frac{3}{5}$ აქციას და მივიღებთ $\frac{3}{5} \cdot 160 = 96$-ის ტოლ თანხას. ამ თანხიდან გავისტუმრებთ $\frac{3}{2}$ ობლიგაციის ვალს ანუ $\frac{3}{2} \cdot 24 = 36$-ის ტოლ თანხას, ხოლო დარჩენილი $96 - 36 = 60$-ის ტოლი თანხით შევასრულებთ ოფციონის ვალდებულებას.

შემთხვევა II. ვთქვათ, $S_1 = S_{1,0} = 60$. ასეთ შემთხვევაში გვექნება

$$X_1^{\pi^*} = -\frac{3}{2} \cdot 24 + \frac{3}{5} \cdot 60 = 0\ ,$$

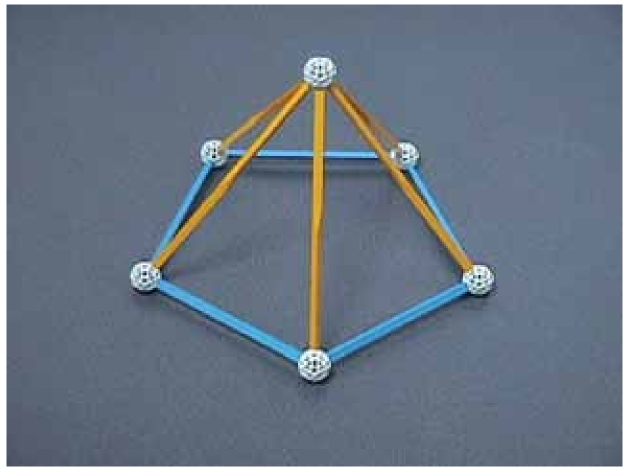
რაც ზუსტად პასუხობს ოფციონის ვალდებულებას $f_{1,0} = f(S_{1,0}) = 0$.

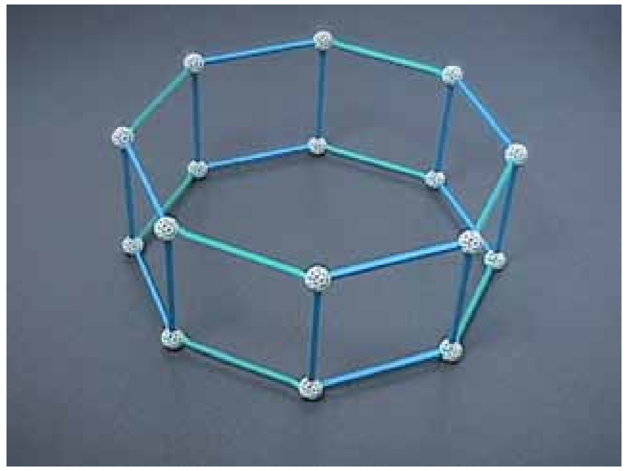
დროის $n = 1$ მომენტში გავყიდით $\frac{3}{5}$ აქციას და მივიღებთ $\frac{3}{5} \cdot 60 = 36$-ის ტოლ თანხას, რითაც ზუსტად გავისტუმრებთ $\frac{3}{2}$ ობლიგაციის ვალს ანუ $\frac{3}{2} \cdot 24 = 36$-ის ტოლ თანხას, ხოლო ოფციონის ვალდებულებით არაფერს ვიხდით, რადგან $f_{1,0} = f(S_{1,0}) = 0$.

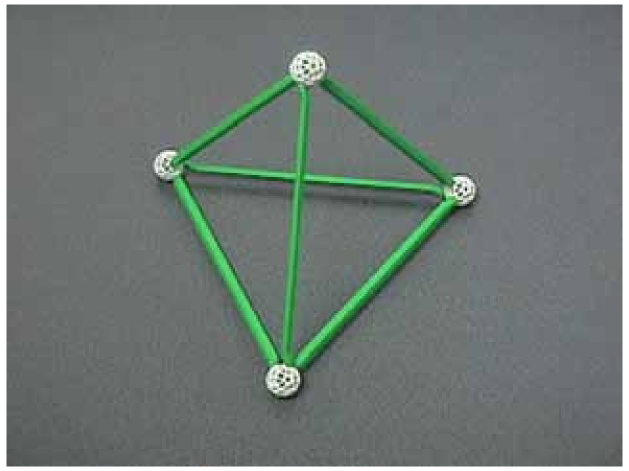
ავტორების ელ-ფოსტის მისამართები:
petre.babilua@tsu.ge; besarion.dochviri@tsu.ge

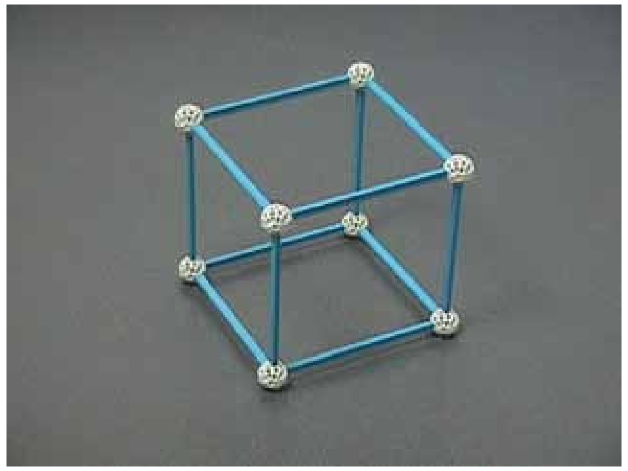
მათემატიკა

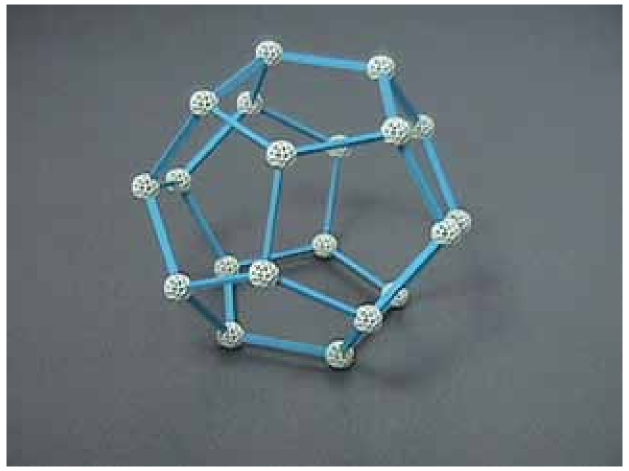
სივრცითი ფიგურების მოდელები

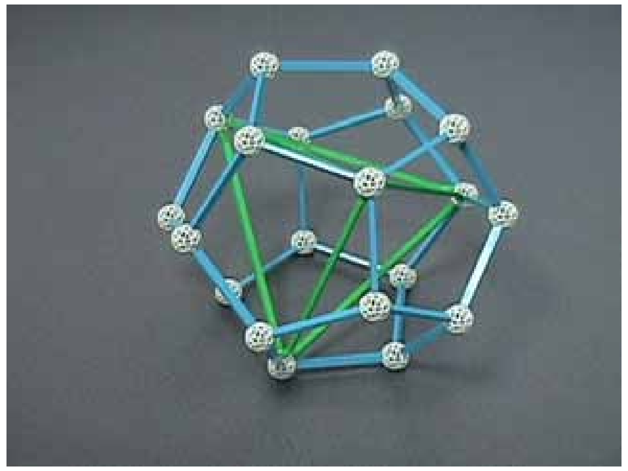












ალფრედ რენიი (20.III.1921-1.II.1970)

გამოჩენილი უნგრელი მათემატიკოსი; დაამთავრა ბუდაპეშტის უნივერსიტეტი; 1947 წელს დაიცვა დოქტორის ხარისხი სეგედის უნივერსიტეტში გამოჩენილი მათემატიკოსის ფ.რიცის ხელმძღვანელობით; 1949 წლიდან მოყოლებული იყო დებრეცენის უნივერსიტეტის პროფესორი; დააფუძნა ბუდაპეშტის მათემატიკის ინსტიტუტი, რომელიც დღეს მისი სახელობისაა; მისი ძირითადი შრომები ეხება ალბათობის თეორიის, მათემატიკური სტატისტიკის, ინფორმაციის თეორიის, კომბინატორიკის და გრაფთა თეორიის საკვანძო საკითხებს; ინფორმაციის თეორიაში მის მიერ შემოღებულია სპექტრი (ე.წ. რენის ენტროპია) , რომელიც წარმოადგენს „შენონის ენტროპიისა“ და „კულბაკ-ლეიბლერის განსხვავების“ განზოგადებას. დაწერა 32 სამეცნიერო ნაშრომი პოლ ერდოშთან ერთად, მათ შემოიტანეს „შემთხვევითი გრაფების ერდოშ-რენის მოდელი“.

დიალოგი მათემატიკის გამოყენებების შესახებ

ავტორი ალფრედ რენიი
თარგმნა ილია თავხელიძემ

არქიმედე – მბრძანებელო! რა მოულოდნელობაა, ასე გვიან! რას უნდა ვუმადლოდე, ჩემ მოკრძალებულ სახლში მეფე ჰერონის სტუმრობის დიდ პატივს?

ჰიერონი (სირაკუზის მეფე ჰიერონ II) – არქიმედე, ჩემო მეგობარო, დღეს საღამოს ჩემს სასახლეში იყო ნადიმი, რომელზეც ძლევამოსილ რომზე პატარა სირაკუზის გამარჯვება აღვნიშნეთ. მე მოგიწვიე, მაგრამ შენი ადგილი ცარიელი დარჩა. რატომ არ მოხვედი – შენ, რომელსაც უნდა გიმადლოდეთ ძირითადად დღევანდელ ჩვენ გამარჯვებას? შენმა სპილენძის უზარმაზარმა ჩაზნექილმა სარკეებმა (ნახ. 3 და 4) ალში გახვიეს ოციდან ათი რომაული დიდი ხომალდი. სამხრეთ-დასავლეთის ქარით დევნილებმა, დატოვეს ნავსადგური, როგორც ცეცხლოვანმა ჩირაღდნებმა და ღია ზღვაში გავიდნენ. მე ვერ შევძელი დაძინება ისე, რომ არ გამომეხატა მადლიერება ჩვენი ქალაქის მტრისაგან გადარჩენისათვის.

არქიმედე – მათ შეუძლიათ უკან დაბრუნება, და ჩვენ ჯერ კიდევ სახმელეთო ალყაში ვართ..

ჰიერონი – ამაზე მოგვიანებით ვისაუბროთ. ჯერ ნება მომეცი გადმოგცე საჩუქრად საუკეთესო რამ, რაც კი შემიძლია მოგცე.

არქიმედე – ხელოვნების რა შესანიშნავი ქმნილებაა!

ჰიერონი – ლანგარი სუფთა ოქროსაგანაა; შენ ამაში შენივე მეთოდის საშუალებით შეგიძლია დარწმუნდე (ნახ. 5 და 6) და მასში შენ ვერცხლის კვალსაც კი ვერ იპოვნი.

არქიმედე – ვგონებ, რელიეფზე ოდისევსის თავგადასავლებია აღბეჭდილი. ცენტრში მე ვხედავ უზრუნველ ტროელებს, რომლებიც გიგანტურ ხის ცხენს თავიანთ ქალაქში მიათრევენ (ნახ. 7) – მე ყოველთვის მინდოდა გამეგო, იყენებდნენ თუ არა ტროელები ჭოჭონაქების რაიმე სისტემას (ნახ. 8), რომ ამგვარი სამუშაო შეესრულებიათ. რა თქმა უნდა ცხენი ბორბლებზეა, მაგრამ გზა ქალაქისაკენ ძალზე დამრეცია.

ჰიერონი – ძვირფასო არქიმედე, ზევსის გულისათვის, ერთი წუთით მაინც დაივიწყე შენი ჭოჭონაქები. იცი შენ, როგორი გაოცებული ვიყავი, როდესაც მძიმე ხომალდი, რომელიც მე მინდოდა მეფე პტოლემაოსისათვის გამეგზავნა, შენ წყალში შენი სამმაგი ჭოჭონაქის სახელურის ერთი დატრიალებით ჩაუშვი? მაგრამ ახლა, ლანგარზე გამოსახულ, სხვა სცენებსაც დააკვირდი.

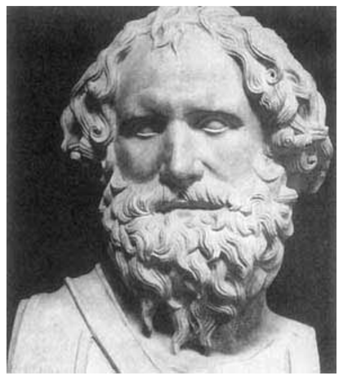
არქიმედე – მე ვხედავ ციკლოპსა და კირკეს, რომელიც ოდისევსის თანამგზავრებს ღორებად აქცევს, აქ კი ოდისევსი ანძაზე მიჯაჭვული სირინოზების სიმღერას უსმენს (თუ სახეზე დააკვირდები, შეიძლება შეიგრძნო, თითქმის გაიგო ეს მაცდური სიმღერა). აქ ოდისევსი ჰადესში ხვდება აქილევსის ჩრდილს, აქ კი შემინებულია მშვენიერი ნავსიკაათი და მისი მხევალი ქალებით, და ბოლოს აგერაა სცენა, სადაც ოდისევსს მათხოვრად გადაცმულს, მოზიდული აქვს მშვილდი და ანგარიშს უსწორებს თავისი ცოლის თაყვანისმცემლებს. ხელოვნების გასაოცარი ქმნილებაა! ჩემო მბრძანებელო, დიდად მადლიერი ვარ ასეთი მართლაც მეფური საჩუქრისათვის.

ჰიერონი – ეს ჩემი საგანძურის საუკეთესო ნივთია, მაგრამ შენ ის დაიმსახურე. იგი არა მარტო სილამაზისა და ფასეულობისათვის ამოვარჩიე. ის, რაც შენ დღეს სირაკუზისათვის გააკეთე, ოდისევსის გმირობის სადარია. თქვენი ორივე საქციელი, აზროვნებისა და გამჭრიახი გონების ცხოველურ ძალაზე ტრიუმფალური გამარჯვების მაგალითებია.

არქიმედე – შენ აიძულებ მოხუცებულ კაცს გავწითლდე. მაგრამ ნება მომეცი შეგახსენო, რომ ომი ჯერ არ დასრულებულა. გინდა მოისმინო ჩემი რჩევა?

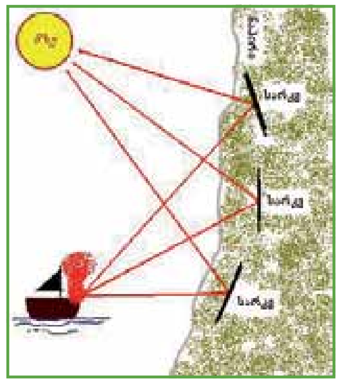
ჰიერონი – მე, როგორც მეფე, გიბრძანებ კიდევაც გულახდილად გამოთქვა შენი აზრი.

არქიმედე – დადგა მომენტი, როდესაც შენ უნდა დაუზავდე რომს; იმის მერე რაც ომი დაიწყო, ასეთ ხელსაყრელ მდგომარეობაში არასოდეს არ ვყოფილვართ. თუ შუაღამის დადგომამდე მარცელუსი (ნახ. 9) არ გამოგზავნის ელჩს, მაშინ გამთენიამდე ჯობია შენ გაგზავნო მასთან შენი ელჩი და დადო ზავი მზის ჩასვლამდე. მარცელუსს სურს გაიყვანოს ჯარები, მოხსნას ალყა, მას უნდა ისინი ჰანიბალის (ნახ. 10) წინააღმდეგ გამოიყენოს. მეტიც, თუ ის ხვალ მიაღწევს შეთანხმებას, ის შეძლებს უპატაკოს რომს, თუმცა მხოლოდ დიპლომატიური გამარჯვების შესახებ, მიუხედავად ნახევარი ფლოტის დაკარგვის სამწუხარო რეალობისა. როდესაც შეტყობინება დღევანდელი ბრძოლის შედეგის შესახებ რომს მიაღწევს, რომაელები ისე განრისხდებიან, რომ არ დას-



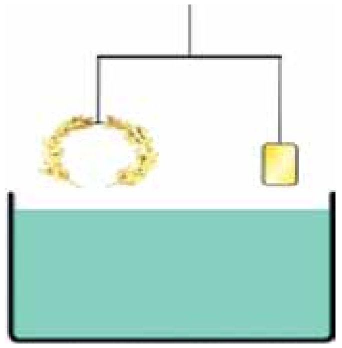
ნახ. 1 არქიმედე
ძვ. წ.აღ. 287 - ძვ. წ. აღ. 212

ნახ. 2 ჰიერონი - სირაკუზის მეფე ჰიერონ II
ძვ. წ. აღ. 270 - ძვ. წ. აღ. 215

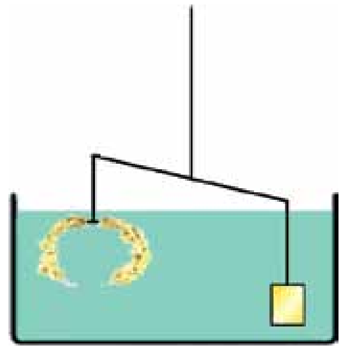


ნახ. 3 არქიმედეს გემზე ხანძრის გასაჩენად შეეძლო გამოეყენებინა სარკეები და არა ერთი სარკე

ნახ. 4 არქიმედე წვავს გემს მზის ენერგიის საშუალებით XVI საუკუნის გრავიურა



ნახ. 5

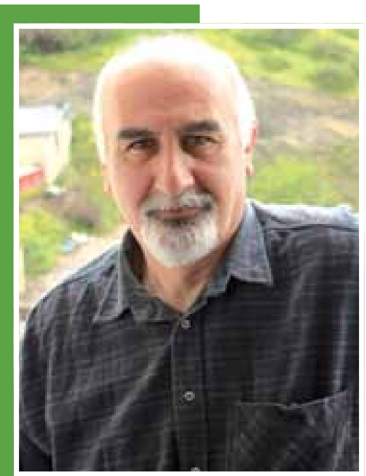


ნახ. 6

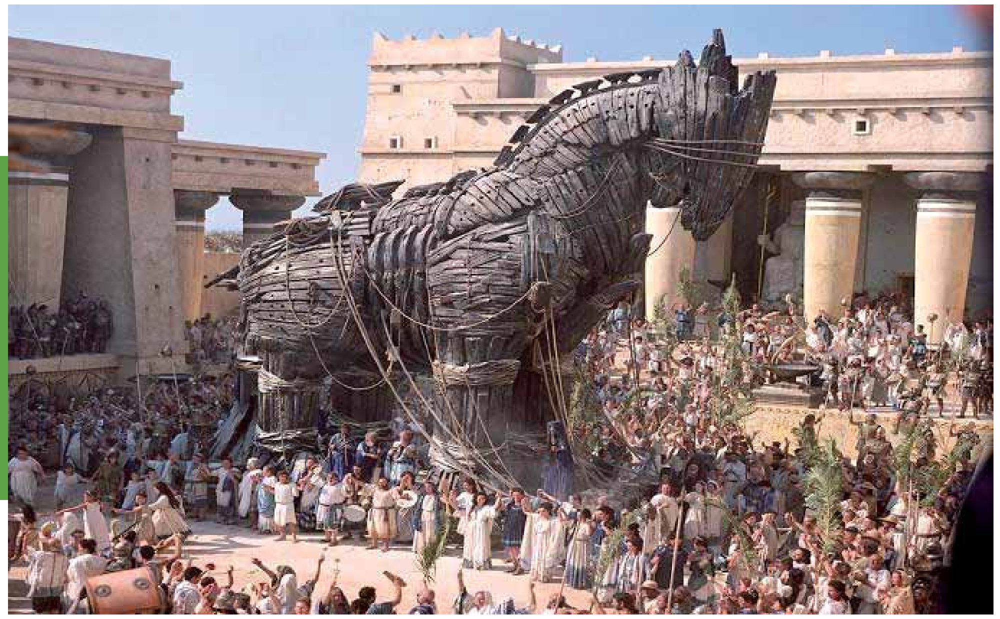
არქიმედეს მეთოდის თანახმად, თუ ორი სხეული გაწონასწორებულია, მაგალითად ჰაერზე, ნახ. 5 და მათ სხვადასხვა კუთრი წონა აქვთ, ანუ სხვადასხვა მოცულობა, მაშინ ისინი სხვა გარემოში, მაგალითად სითხეში ვეღარ გააწონასწორებენ ერთმანეთს ნახ. 6.

ილია თავხელიძე

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, ასოცირებული პროფესორი, ივ. ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, აკადემიკოს ილია ვეკუას პრემიის ლაურეატი 1984 წ. დაჯილდოვებულია უკრაინის მათემატიკოსთა 2009 წლის ყრილობის აკადემიკოს ნიკოლოზ ბოგოლიუბოვის მემორიალური ოქროს მედლით.



არსებობს ამ ნაწარმოების კიდევ ერთი თარგმანი, რომელიც ეკუთვნის პროფესორ ფილიმონ ხარშილაძეს და ის მეოცე საუკუნის სამოცდაათიან წლებში შესრულებული.



ნახ. 7 ტროელებს შეაქვთ ბერძენთა მიერ დამზადებული ცხენი; ჰომეროსი - „ილიადა“

ჯერდებიან არაფერს, გარდა სრული გამარჯვებისა.

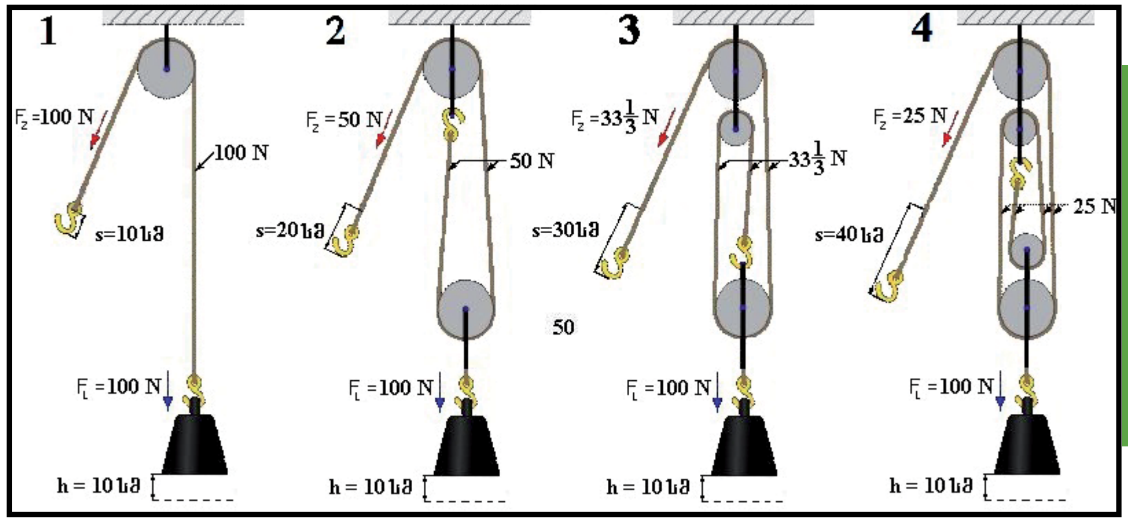
ჰიერონი – შენ სწორედ განსჭვრიტე. მართლაც, დღეს საღამოს მე მივიღე გზავნილი მარცელუსისაგან, რომელშიც ის, გარკვეული პირობებით, მთავაზობს ზავს და ჯარების გაყვანას. მაგრამ, შენ რომ ეს პირობები იცოდე, ასე დაბეჯითებით არ ისურვებდი რომაელებთან შეთანხმებას.

არქიმედე – რას ითხოვს მარცელუსი?

ჰიერონი – ის, რა თქმა უნდა, ითხოვს ბევრ ოქროსა და ვერცხლს, აგრეთვე ათ ახალ ხომალდს, ჩვენს მიერ დღეს ჩაძირული იმ ათი ხომალდის სანაცვლოდ. აგრეთვე, უნდა დაინგრეს ყველა ჩვენი გამაგრება, გარდა ერთისა, რომელშიც რომაელთა გარნიზონის ჯარისკაცები ჩადგებიან. უნდა, რომ ჩვენ ომი გამოვუცხადოთ კართაგენს, აგრეთვე მძევლებად თხოულობს ჩემს ვაჟს, ჰელონს, ქალიშვილს ელენას და შენ თავს. თუ შევთანხმდებით და სიტყვას არ გავტეხთ, პირობას გვაძლევს, რომ ქალაქსა და მის მაცხოვრებლებს არავითარ ზიანს არ მიაყენებს.

არქიმედე – შესაძლოა, ყველაფრის შესრულება არც მოითხოვოს, მაგრამ ის აუცილებლად მოინდომებს ჩემს გადაცემას.

ჰიერონი – და შენ ამას ასე მშვიდად მეუბნები? ვფიცავ ოლიმპიელ ღმერთებს, სანამ ცოცხალი ვარ, არც ჩემ შვილებს და არც შენ მტრის ხელში არ ჩავაგდებთ. არ დავიშურებ არაფერს, წაიღოს ოქრო, წაიყვანოს ხომალდები. მართალი გითხრა ახლა ძალიან მადარდებს ერთ-ერთი პირობათაგანი, რომლის თანახმად, თუ ჩვენ არ დავემორჩილებით მის ყველა მოთხოვნას, სრულად მის ხელში აღმოვჩნდებით. როგორ დავრწმუნდე იმაში, რომ ის არ გადავა დანაპირებს? თვითონ ხომ მძევლად არავის არ მაძლევს.



ნახ. 8 - არქიმედეს მიერ დეტალურად იქნა შესწავლილი ძალების განაწილება ერთი ან რამდენიმე ჭოჭონაქის გამოყენებისას, აქ მოტანილია 4 სხვადასხვა შემთხვევა, როდესაც ერთი და იგივე წონის ტვირთის (100 ნ) ერთიდაიგივე სიმაღლეზე აწევა (ჰ=10სმ) რა ძალისხმევას მოითხოვს (F2 = 100, 50, 33,3 ან 25 ნ) შესაბამისად გამქაჩავი გადაადგილებაც სხვადასხვაა (ს = 10, 20, 30 ან 40 სმ)

არქიმედე – იმაში კი არ არის საქმე, შეასრულებს ის თავის სიტყვას თუ არა; რომაელები ამბიციურები, ამპარტავნები, ამაყები და გოროზები არიან, ყოველ შემთხვევაში მოლაპარაკების დროს. მაგრამ შენ, მგონი შეძლებ მიაღწიო, რომ მას შენი შვილები არ გადასცე.

ჰიერონი – და შენ? მზად ხარ ასეთი მსხვერპლი გაიღო შენი ქალაქისათვის?

არქიმედე – ეს კითვაა თუ თხოვნა?

ჰიერონი – რა თქმა უნდა, მხოლოდ შეკითხვა. გინდა იცოდე რა ვუპასუხე მე მარცელუსს?

არქიმედე – შენ რა, უკვე უპასუხე?

ჰიერონი – დიახ. მე მივიღე მისი პირობები, გარდა ერთისა – გადავცე მას შენი თავი მძევლად. გარდა ამისა, მოვითხოვე ჩემი ვაჟისა და ქალიშვილის მსგავსად, მანაც გამომიგზავნოს თავისი ორი შვილი. რაც შეგეხება შენ, მე მას შევუთვალე, რომ ასაკი არ გაძლევს საშუალებას იცხოვრო ბანაკში. ვიცოდი, რომ სინამდვილეში მას შენი სიბრძნე და ცოდნა სჭირდებოდა. მე დავპირდი, რომ შენ მას დაწვრილებით აღუწერ სამხედრო დანიშნულების გამოგონებებს.

არქიმედე – მე არაფერს დავწერ ჩემი გამოგონებებისა და ომის წარმოების მეთოდების შესახებ.

ჰიერონი – მაინც რატომ? თუ მშვიდობა დამყარდება, ჩვენ მათი საჭიროება აღარ გვექნება. ამიხსენი, რატომ ამბობ უარს შენი გამოგონებების აღწერაზე?

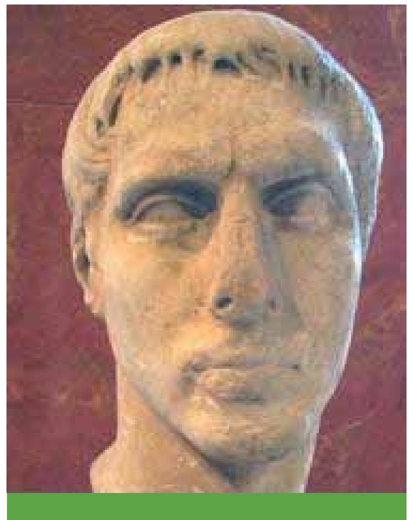
არქიმედე – თუ მოთმინება გეყოფა, მე გეტყვი ჩემს არგუმენტებს.

ჰიერონი – მზად ვარ გისმინო. თანაც, მარცელუსის პასუხსაც მინდა დაუცადო.

არქიმედე – მაშინ ჩვენ საჩქარო არაფერი გვაქვს, რადგან მარცელუსს საკმაო დრო დასჭირდება, რათა ისეთი პასუხი შეადგინოს, რომელიც მათრახივით გაიჟღერებს.

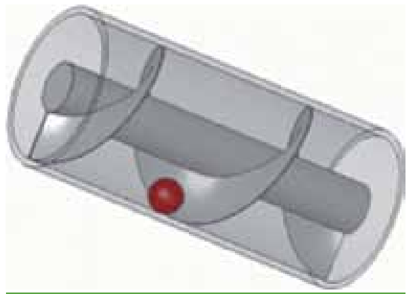
ჰიერონი – შენ ფიქრობ, ის შეწყვეტს მოლაპარაკებებს?

არქიმედე – რა თქმა უნდა, შენ მისი ღირსება შელახე და ის ამას არასოდეს გაპატიებს – შეთანხმება არასოდეს იქნება მიღწეული.



ნახ. 9 რომაელი მხედართმთავარი მარკუს კლაუდიუს მარცელუსი 268-208 ძვ. წ. აღ.

ნახ. 10 კართაგენის მხედართმთავარი ჰანიბალ ბარკა 248-183 ძვ. წ. აღ.



ნახ. 11 არქიმედეს ტუმბო

ჰიერონი – შესაძლოა შენ მართალი ხარ.

არქიმედე – მე ყოველთვის აღფრთოვანებული ვიყავი შენი მოხერხებულობით, ამოგეცნო მტრის ზრახვები, მაგრამ, ამჯერად შენ ამ ხელოვნებაზე ხელი აგიღია.

ჰიერონი – დაუშვათ. ალბათ, მე ძალიან დამათრო გამარჯვებამ და ღვინომ. მაგრამ, რაც გაკეთებულია, ის გაკეთებულია. ახლა, მე შენი არგუმენტები მინდა მოვისმინო.

არქიმედე – თუმცა კითხვა წმინდად თეორიულია, მე აგიხსნი ჩემს თვალსაზრისს. შენ, ტროას ცხენს შეადარე ჩემი მანქანები. მართლაც, შედარება ძალზე მართებულია, მხოლოდ სულ სხვა აზრით. ოდისევსმა გამოიყენა ხის ცხენი, რომ ბერძნებთან ერთად ფარულად შეეღწია ტროაში. მე კი გამოვიყენე, ჩემს მიერ შექმნილი მანქანები, იმისათვის, რომ ბერძნული საზოგადოების ცნობიერებაში დამკვიდრებულიყო აზრი, რომ ***მათემატიკა და არა მარტო მისი ელემენტები, არამედ მისი უფაქიზესი ნაწილებიც კი – შესაძლებელია წარმატებით გამოვიყენოთ პრაქტიკული ამოცანების გადასაჭრელად***. უნდა გამოგიტყდე, მე დიდ ხანს ვორჭოფობდი სანამ ამას გავაკეთებდი, რადგან ვერ ვიტან ომსა და მკვლელობას. მაგრამ ომი უკვე დაწყებული იყო, და ეს იყო ერთადერთი საშუალება გამეკეთებინა ისე, რომ ჩემი გაეგონათ. მე ვცადე სხვა გზებიც, მაგრამ უშედეგოდ. ნება მომეცი შეგახსენო, რომ რამდენიმე წლის წინათ, როდესაც მე შემოგთავაზე ტუმბო (ნახ.11), შახტებიდან წლის ამოსაქაჩად, შენ არ დაინტერესდი. შენმა მმართველმა მითხრა, რომ მას სულაც არ აღელვებს ის გარემოება, რომ მონების ფეხები მუდმივად სველია, მისი სიტყვებია, რომ მონების ფეხები მარილისაგან კი არ არის გაკეთებული.

შემდეგ, თუ გახსოვს, როდესაც შემოგთავაზე მინდვრების სარწყავი მანქანა, შენ მიპასუხე, რომ მონის შრომა უფრო იაფი ჯდება. შემდეგი წინადადება იყო გამოგვეყენებინა ორთქლის ძალა, მეფე პტოლემაოსის წისქვილების სამართავად, და გახსოვს მისი პასუხი? მან თქვა, რომ

წისქვილები, რომლებიც ემსახურებოდნენ მის წინაპრებს, ისევე კარგად მოემსახურებიან მასაც. გაგახსენო სხვა შემთხვევები? მათი რიცხვი, სულ მცირე, თორმეტია. მშვიდობიან დროში ჩემი მცდელობა მეჩვენებინა, თუ რა შეუძლია მათემატიკას, უშედეგო აღმოჩნდა. დაიწყო ომი თუ არა, შენ უცებ გაგახსენდა ჩემი ჭოჭონაქები, კბილანა ბორბლები და ჯალამბრები. მშვიდობიანობისას ყველა სათამაშოებად თვლიდა ჩემს გამოგონებებს. მართალი გითხრა მათი საშუალებით გართობა არასაკადრისია ჭკუადამჯდარი, ზრდასრული მოქალაქისათვის და მითუმეტეს ფილოსოფოსისათვის. თავად შენც კი, ვინც ყოველთვის მხარს მიჭერდი, რომ განმეხორციელებინა ცხოვრებაში ჩემი იდეები, მათდამი აგდებული დამოკიდებულება გქონდა. ამ გამოგონებებით ართობდი შენს სტუმრებს.

შემდეგ დაიწყო ომი და რომაელთა ხომალდებმა დაკეტეს ნავსადგური; მე გავკადნიერდი, გამოვთქვი მოსაზრება, რომ მტრის უკუგდება შეგვეძლო, თუ კატაპულტის (ნახ. 12) მეშვეობით მათ დაუშენდით ქვებს. შენ მოეჭიდე ამ იდეას. მე კი ვერ წავიღე უკან ჩემი სიტყვები და იძულებული გავხდი წავსულიყავი წინ. დავდექი რა ამვარ გზაზე, ჩემდა უნებურად, იძულებით გავაგრძელე წინსვლა.

ჩემი დამოკიდებულება ამგვარი მოღვაწეობისადმი თავიდანვე ორაზროვანი იყო. ერთის მხრივ ბედნიერი ვიყავი, რადგან ჩემ გამოგონებებზე აღარავინ იცინოდა. ბოლოს და ბოლოს შევძელი მსოფლიოსათვის მეჩვენებინა, როგორი ქმედითია მათემატიკა. მხოლოდ ეს არის, ამგვარად არ მინდოდა მეჩვენებინა მათემატიკური იდეების ფასეულობა. მე დავინახე ადამიანები, რომლებიც დახოცა ჩემმა მანქანებმა და ვიგრძენი თავი დამნაშავედ. დავიფიცე ათენას წინაშე, არავის არასოდეს არ გაუმხელ ჩემი საომარი მანქანების საიდუმლოს, არც ზეპირად და არც წერილობით. მე შევეცადე დამემშვიდებინა ჩემი სინდისი, ვეუბნებოდი რა ჩემ თავს, რომ ახალი ამბავი, არქიმედეს გამარჯვებისა რომაელებზე მათემატიკის საშუალებით მიაღწევდა ბერძნულად მოლაპარაკე მსოფლიოს ყველა კუთხეს, იგი ემახსოვრებათ იმ დროშიც, როდესაც ომი დასრულებული იქნება. ჩემი მანქანების საიდუმლოებები კი იქნება დამარხული ჩემთან ერთად.

ჰიერონი – ეს მართალია, ჩემო ძვირფასო არქიმედე, მე ვგებულობ ამბებს მბრძანებლებისაგან, რომლებთანაც მეგობრული ურთიერთობები მაკავშირებს – და ისინი დაინტერესებულები არიან შენი გამოგონებებით.

არქიმედე – და რა პასუხს აძლევ მათ შენ?

ჰიერონი – მე ვეუბნები, რომ სანამ ომი გრძელდება, ეს კითხვები უპასუხოდ დარჩებიან.

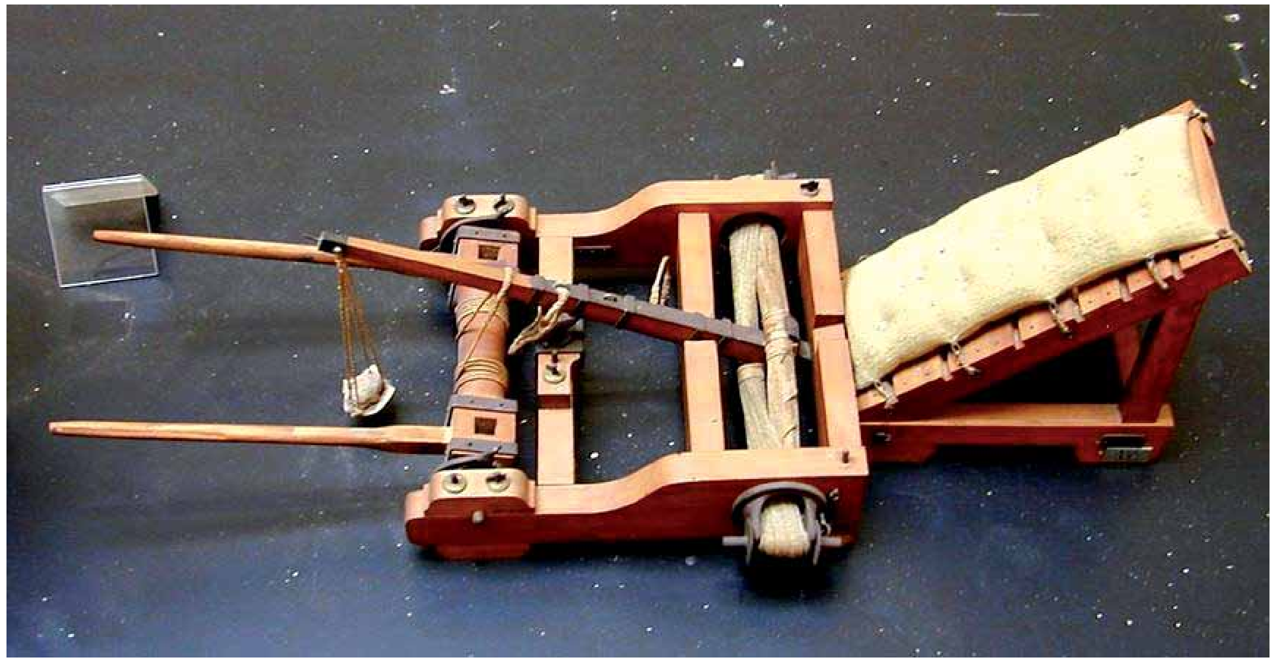
არქიმედე – იმედია, მიმიხვდი, რატომ არ გამოვაქვეყნებ ჩემს საიდუმლოებებს. მე შევძელი მათი დამალვა იმათგანაც კი, ვისაც სისრულეში მოჰყავს ჩემი ჩანაფიქრი. თითოეულმა იცის მხოლოდ რამოდენიმე დეტალი. მე მოხარული ვარ, რომ შენ არასოდეს არ იძლეოდი შეკითხვებს, იმიტომ, რომ მე იძულებული ვიქნებოდი უპასუხოდ დამეტოვებინა ისინი.

ჰიერონი – ახლა მე მაინც დაგისვამ რამდენიმე შეკითხვას. ნუ გეშინია, ისინი შენს საიდუმლოებებს არ შეეხება. ეს კითხვები ძირითადი პრინციპების შესახებაა.

არქიმედე – ვფიქრობ, შევძლებ გიპასუხო მათზე ისე, რომ ფიცი არ გავტეხო.

ჰიერონი – სანამ დავიწყებდე, მე მინდა კიდევ რაღაც გკითხო. რატომ იყო შენთვის ასე მნიშვნელოვანი, რომ შენს თვალსაზრისს მათემატიკის სარგებლიანობის შესახებ ყველა დათანხმებოდა?

არქიმედე – ალბათ, უბრალოდ უგუნური ვიყავი, მეგონა, რომ შემეძლო ისტორიული სვლის შეცვლა. მაწუხებდა საბერძნეთის მომავალი. ბოლოსდაბოლოს მათემატიკა ბერძნების გამოგონებაა, მათი გონის ნაყოფი, საუკეთესო მიღწევა.



ნახ. 12. რომაული კატაპულტი - მოდელი

ვფიქრობდი, თუ ისინი უფრო დიდი მაშტაბით გამოიყენებდნენ მათემატიკას, ჩვენ შევძლებდით ბერძნული ცხოვრების წესის შენარჩუნებას. ეხლა, მე ვთვლი, რომ უკვე გვიანია. რომაელები დაიპყრობენ არა მარტო სირაკუზებს, არამედ ყველა დანარჩენ ბერძნულ ქალაქებს, ჩვენი დრო დამთავრდა!

ჰიერონი – მაგრამ, მიუხედავად იმისა ეს ასე მოხდება თუ არა, ბერძნული კულტურა უკვალოდ არ დაიკარგება: რომაელები მას შეითვისებენ. შეხედე, უკვე ახლა როგორ ცდილობენ, რომ მოგვბაძონ. ისინი ჩვენი ქანდაკებების ასლებს ამზადებენ, თარგმნიან ჩვენს ლიტერატურას და აჰა, შენ ხედავ, მარცელუსი დაინტერესდა შენი მათემატიკით.

არქიმედე – რომაელები მას ვერასოდეს გაიგებენ. ისინი ამისათვის ძალზე პრაქტიკულები არიან და მათ არ აინტერესებთ აბსტრაქტული იდეები.

ჰიერონი – ისინი მართლაც დაინტერესებული არიან მისი გამოყენებებით.

არქიმედე – მაგრამ ეს ორი რამ განუყოფელია. უნდა იყო მეოცნებეთა შორის მეოცნებე, რომ წარმატებით გამოიყენო მათემატიკა პრაქტიკაში.

ჰიერონი – ეს ძალზე პარადოქსალურად ჟღერს. მე მეგონა, უპირველეს ყოვლისა იმისათვის, რომ მათემატიკა გამოიყენო, უნდა გქონდეს პრაქტიკული ჭკუა. აი, მე მივედი პირველ კითხვასთან. სინამდვილეში რაში მდგომარეობს საიდუმლოება იმ ახალი მეცნიერებისა, რომელიც შენ მოიგონე? – დავარქვათ მას გამოყენებითი მათემატიკა? რა არის მთავარი განმასხვავებელი მასსა და იმ სახის მათემატიკასთან – დავარქვათ მას წმინდა მათემატიკა, – რომელსაც ასწავლიან სკოლაში?

არქიმედე – მაპატიე, მაგრამ უნდა გაგიცრუო იმედი. ***არ არსებობს სხვა მათემატიკა, გარდა იმისა, რომელსაც ჩვენი მასწავლებლები გვასწავლიან, და როგორც ვიხსენებ, საკმაოდ წარმატებულადაც. გამოყენებითი მათემატიკა, ცალკე, განსხვავებულად არ არსებობს როგორც ასეთი. ჩემი საიდუმლო კარგადაა დამალული იმიტომ, რომ ის საერთოდ არ წარმოადგენს საიდუმლოს***; მისი სიცხადე – საუკეთესო შენიღბვაა. ის დამალულია მტვრიან ქუჩაზე დაგდებული ოქროს მონეტის მსგავსად.

ჰიერონი – შენ გინდა თქვა, რომ შენი გასაოგნებელი მანქანების შექმნას საფუძვლად უდევს ის მათემატიკა, რომელიც იცის ყოველმა განათლებულმა ადამიანმა?

არქიმედე – შენ შორს არა ხარ ჭეშმარიტებიდან.

ჰიერონი – შეგიძლია თუ არა ერთი მაგალითი მოიტანო?

არქიმედე – კეთილი. მაგალითისათვის განვიხილოთ სარკე, რომელმაც დღეს ასეთი შესანიშნავი სამსახური გაგვიწია. მე უბრალოდ გამოვიყენე პარაბოლის კარგად ცნობილი თვისება: თუ პარაბოლის რომელიმე წერტილს შევაერთებთ მის ფოკუსთან, შემდეგ კი გავავლებთ ამავე წერტილიდან ღერძის პარალელურ წრფეს, მაშინ ეს ორი წრფე ერთნაირ კუთხეს ადგენს ამავე წერტილში გამავალ პარაბოლის მხებთან (იხ. ნახ. 13). ამ თეორემის პოვნა შეიძლება ჩემი ალექსანდრიელი სახელგანთქმული კოლეგების ნაშრომებში.

ჰიერონი – ძნელი დასაჯერებელია, რომ შენ გაანადგურე მარცელუსის ფლოტის ნახევარი უბრალო თეორემის წყალობით, რომლის სადარი ასეული მაინც იქნება. მე ბუნდოვნად მახსოვს ის, თუმცა დამავიწყდა როგორ უნდა მისი დამტკიცება.

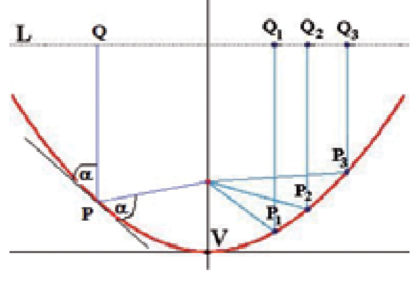
არქიმედე – ალბათ, შენთვის ცნობილი გახდა ამ თეორემის ერთერთი მახვილგონივრული დამტკიცება, გასაგებად ადვილი და, შესაძლოა, აღფრთოვანდი კიდევაც მისი სილამაზითა და სიფაქიზით, მაგრამ ეს იყო და ეს. ზოგიერთი მათემატიკოსი უფრო შორსაც წავიდა – გამოიკვლია მარტივი შედეგები და იპოვნა ახალი დამტკიცება, ოღონდ ამაზე გაჩერდა. მე კი უბრალოდ ერთი ნაბიჯი წინ გადავდგი: – დავინახე მისი არამათემატიკური შედეგი.

ჰიერონი – მე მეგონა შენ ოპტიკის ახალი კანონები აღმოაჩინე.

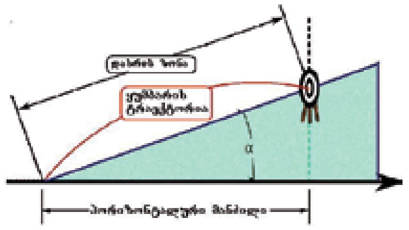
არქიმედე – ოპტიკა გეომეტრიის ერთი მიმართულებაა. მე გამოვიყენე სხივის არეკვლის კანონი, რომელიც დიდი ხანია ცნობილია!

ჰიერონი – შენ მხედველობაში გაქვს, რომ, იყენებ რა მათემატიკას, არაა აუცილებელი მიიღო ახალი მათემატიკური შედეგები? საჭიროა მხოლოდ პრაქტიკული სიტუაციები და მათი მათემატიკური სახეები დააკავშირო კარგად ცნობილ მათემატიკურ თეორემებთან?

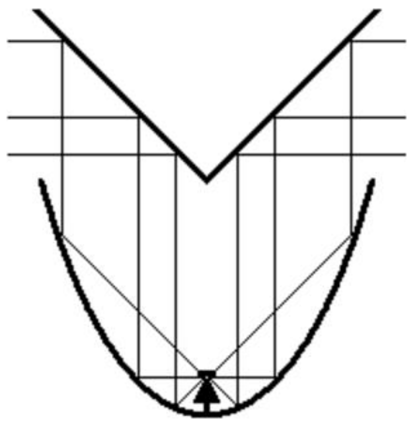
არქიმედე – ეს სრულებითაც არ არის მარტივი. ხშირად ხდება, რომ თეორემები, რომლებიც ვიღაცას აგრერიგად ჭირდება, არ არსებობენ. უნდა თვითონვე იპოვნო და დაამტკიცო ისინი. იმ შემთხვევაშიც კი, თუ პრაქტიკული სიტუაციისათვის არ არის აუცილებელი მათემატიკური სახის პოვნა, როგორც შენ ამბობ (მე ვამჯობინებ დავარქვა მას მათემატიკური მოდელი), ეს იგივე არაა, რომ ამოირჩიო ხელთათმანის წყვილი. უპირველეს ყოვლისა ერთიდაიგივე პრაქტიკულ სიტუაციაში შესაძლებელია აიგოს მრავალი მათემატიკური მოდელი და ამოირჩიო ყველაზე მისაღები მათ შორის, რომელიც იმდენად ახლოსაა სიტუაციასთან, რამდენსაც ითხოვს პრაქტიკული მიზანი (შეაძლოა ის სრულად არც ემთხვეოდეს მას). ამავდროულად მოდელი არ უნდა იყოს ძალიან რთული და უნდა იყოს მათემატიკურად განხორციელებადი. მართლაც, ყველა ეს მოთხოვნა ურთიერთგამომრიცხავია და საჭიროა მათ შორის ხელოვნური წონასწორობის პოვნა. საჭიროა რეალური სიტუაციის კარგი მიახლოება ჩვენი მიზნის მიღწევისათვის მნიშვნელოვანი ყველა ძირითადი პუნქტით და უგულველყოფა იმ მაჩვენებლების, რომლებიც ჩვენთვის ამჯერად არაა მნიშვნელოვანი. აუცილებელი არაა მოდელი იყოს მოვლენის მსგავსი ყველა დეტალში, საკმარისია მსგავსება მხოლოდ იმ დეტალებში, რომლებიც მართლაც მნიშვნელოვანია დასმული ამოცანის ამოსახსნელად. მეორეს მხრივ, ერთიდაიგივე მათე-



ნახ. 13



ნახ. 14



ნახ. 15

ნახ. 16 არქიმედეს „ცის მოდელი" - თანამედროვე რეკონსტრუქცია

მატიკური მოდელი ვარგა სრულიად სხვადასხვა პრაქტიკული სიტუაციისათვის. მაგალითად, მე გამოვიყენე პარაბოლის თვისება კატაპულტის აგებისას, რადგან კატაპულტიდან ნასროლი ქვის მიერ გავლილი გზა რაღაც სიზუსტით შესაძლებელია მიახლოებული იყოს პარაბოლით (ნახ. 14).

მე გამოვიყენე პარაბოლა ხომალდის თავისი საკუთარი წონით ჩაძირვის სიღრმის დასადგენად (ნახ. 15). რა თქმა უნდა, ხომალდის განიკვეთის ფორმა ზუსტად პარაბოლა არაა, მაგრამ უფრო რეალისტური მოდელი მათემატიკურად შეუძლებელია განხორციელდეს.

ამის მიუხედავად გათვლის შედეგები საკმარისად კარგად ეთანხმება ფაქტებს. კერძოდ, მე შევძელი მომეძებნა პირობები, რომლის დროს ხომალდი, რომელიც განიცდის ტალღებისა და ქარის ზემოქმედებას, შეინარჩუნებს ვერტიკალურ მდგომარეობას, იმიტომ, რომ მისი სიმძიმის ცენტრი ისწრაფვის დაიკავოს ყველაზე დაბალი შესაძლო მდგომარეობა. ვცდილობდი რა, აღმეწერა რთული სიტუაცია, შესაძლოა გამოგვეყენებინა ძალზე უხეში მოდელი, რადგან ისიც კი იძლევა სულ მცირე, ხარისხობრივად სწორ შედეგებს. ჩემი გამოცდილება ამტკიცებს, რომ ყველაზე უხეში მათემატიკური მოდელიც კი გვაძლევს საშუალებას უკეთ გავიგოთ პრაქტიკული სიტუაცია, რადგან მათემატიკური მოდელის შედგენისას ჩვენ ვცდილობთ გავითვალისწინოთ ყველა ლოგიკური შესაძლებლობა, ცალსახად განვსაზღვროთ ყველა ცნება და განვასხვავოთ მნიშვნელოვანი და მეორეხარისხოვანი ფაქტორები.

ჰიერონი – გინდაც მათემატიკურ მოდელს მივყავდეთ ისეთ შედეგამდე, რომელიც სინამდვილისაგან განსხვავდება, ის მაინც შესაძლოა იყოს სასარგებლო, რადგან მისი ნაკლი გასათვალისწინებელია მეორე, უკეთესი მოდელის შექმნისას. მეჩვენება, ***გამოყენებითი მათემატიკა ჰგავს ომს: ხანდახან წაგება უფრო ფასეულია მოგებაზე, რადგან გვეხმარება დავინახოთ ჩვენი იარაღისა და სტრატეგიის ნაკლი***.

არქიმედე – შენ, ნამდვილად, უკვე ჩაწვდი პრობლემის არსს.

ჰიერონი – მაშ, მომიყევი კიდევ რაიმე შენი სარკეების შესახებ.

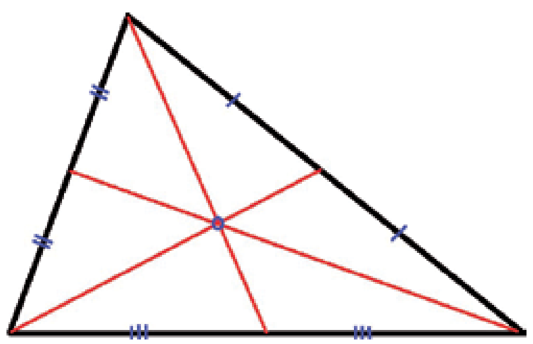
არქიმედე – მე უკვე ჩამოგიყალიბე ძირითადი იდეა. იმის მერე, რაც აზრად მომივიდა გამომეყენებინა პარაბოლის აღნიშნული თვისება, საჭირო გახდა გადამეწყვიტა ჩაზნექილი მბრუნავი პარაბოლოიდის ფორმის მეტალისაგან დამზადებული სარკის დამუშავებისა და გაპრიალების საკითხები, მაგრამ ამის შესახებ ვამჯობინებ არ ვისაუბრო. რა თქმა უნდა, მე აგრეთვე უნდა შემერჩია შესაბამისი შენადნობი.

ჰიერონი – შენ საიდუმლოებში ჩაუღრმავებლადაც მივხვდი, რომ პარაბოლის თვისებების გარდა, შენ უნდა იცოდე მრავალი რამ მეტალებისა და მათი დამუშავების ხელოვნების შესახებ. გამოდის, რომ მათემატიკის ცოდნა არაა საკმარისი ამა თუ იმ კონკრეტული საქმისათვის და ხომ არ ჰგავს ადამიანი, რომელსაც უნდა გამოიყენოს მათემატიკა, ადამიანს რომელიც ცდილობს ორ ცხენზე ერთდროულად შემოჯდეს?

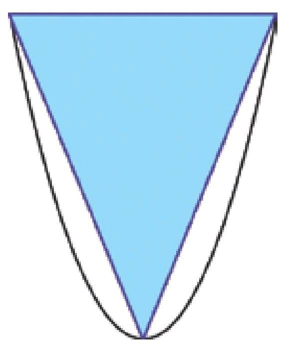
არქიმედე – მე ოდნავ გაგისწორებ: ***ის, ვინც აპირებს გამოიყენოს მათემატიკა, ჰგავს ადამიანს, რომელსაც უნდა შეაბას ორი ცხენი ერთ ეტლში***. ეს არც ისე რთულია. პირველ რიგში, აუცილებელია ცხენებისა და ეტლების შესახებ გარკვეული ცოდნა, მაგრამ შენს ნებისმიერ მეეტლეს გააჩნია ამგვარი ცოდნა.

ჰიერონი – ახლა კი სრულიად დავიბენი: მე ყოველთვის ვთვლიდი, რომ გამოთვლითი მათემატიკა – ეს რაღაც იდუმალებაა, შენ კი მაჩვენე, რომ სინამდვილეში ყველაფერი ძალზე მარტივია. როდესაც დავრწმუნდი, რომ სინამდვილეში ყველაფერი მარტივადაა, შენ დამანახე, რომ ყველაფერი გაცილებით რთულადაა, ვიდრე მე წარმომედგინა.

არქიმედე – პრინციპები ცხადია,



ნახ. 17



ნახ. 18

მაგრამ დეტალები ხანდახან ძალზე ჩახლართულია.

ჰიერონი – მე ჯერ კიდევ ვერ გავიგე, რას გულისხმობ შენ მათემატიკური მოდელის ქვეშ. მომიყევი ამის შესახებ უფრო დაწვრილებით.

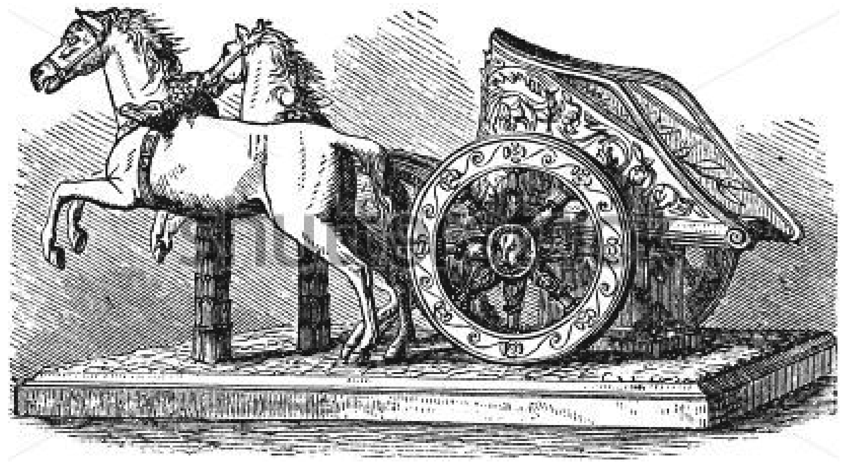
არქიმედე – გახსოვს თუ არა სფერო, რომელიც რამდენიმე წლის წინ ავაგე მზის, მთვარისა და ხუთი პლანეტის მოძრაობის სადემონსტრაციოდ, რომლის საშუალებითაც შესაძლებელია ჩვენება, თუ როგორ ხდება მზისა და მთვარის დაბნელებები (ნახ. 16)?

ჰიერონი – რა თქმა უნდა, ეს ხომ ჩემი სასახლის ერთერთი საოცრებათაგანია; ყველა სტუმარი თვლის, რომ ეს რაღაც გასაოგნებელია. შეიძლება იგი სამყაროს მათემატიკური მოდელი იყოს?

არქიმედე – არა. მე მას ფიზიკურ მოდელს დავარქმევდი. მათემატიკური მოდელები უხილავნი არიან. ისინი არსებობენ მხოლოდ ჩვენს წარმოდგენაში და შესაძლებელია გამოისახონ ფორმულების საშუალებით. სამყაროს მათემატიკური მოდელი – რაღაც საერთოა ფიზიკურ მოდელსა და რეალურ სამყაროს შორის. მაგალითად, ფიზიკურ მოდელში ყოველი პლანეტა წარმოადგენს მცირე ზომის, ფორთოხლისხელა ბირთვს. სამყაროს მათემატიკურ მოდელში პლანეტები უბრალოდ წერტილებით გამოისახებიან.

ჰიერონი – მეჩვენება, რომ ვიწყებ გაგებას, თუ რა გესმის შენ მათემატიკური მოდელის ქვეშ. დავუბრუნდეთ მაგალითს ცხენებით. ცხენების ეტლში შებმის ხელოვნება და მართვა სრულებითაც არ გულისხმობს მათ გამრავლებას. ხომ არ არის გამოყენებითი მათემატიკა თეორემების აღმოჩენისა და დამტკიცებებისაგან სრულიად განსხვავებული რაღაც?

არქიმედე – შენ, რა თქმა უნდა, მართალი ხარ, თუმცაღა ადამიანი, რომელიც ამრავლებს ცხენებს, ჩვეულებრივი ამბავია, რომ სწავლობს მათ შესახებ ყველაფერს. შედეგად, მას შეუძლია მართოს ისინი უკეთ, ვიდრე ვინმე სხვას. რაც შეეხება მათემატიკას, მე ადრე ხაზგასმით გითხარი: ***საჭიროა მისი ღრმად გაგება, თუ ვინმეს სურს გამოიყენოს მათემატიკა ახალი ობიექტების შესასწავლად, ის უნდა იყოს შემოქმედი მათემატიკოსი და პირიქით, მათემატიკის გამოყენებებისადმი ინტერესმა შესაძლოა მას დაეხმაროს წმინდა მათემატიკურ გამოკვლევებში***.



ჰიერონი – ეგ როგორღაა შესაძლებელი? ხომ ვერ მომიყვან რაიმე მაგალითს?

არქიმედე – ალბათ გახსოვს, რომ ერთ დროს მე ძალზე დაინტერესებული ვიყავი მექანიკით, უფრო ზუსტად კი – სხეულების სიმძიმის ცენტრის პოვნის ამოცანით. შედეგი, რომელიც მე მივიღე, დამეხმარა არა მარტო მექანიზმების აგებაში, არამედ გეომეტრიული ახალი თეორემების დამტკიცებაშიც. მექანიკის საშუალებითა და ფიგურების სიმძიმის ცენტრების გამოყენებით, მე დავამუშავე გეომეტრიული ამოცანების გამოკვლევის სპეციალური მეთოდი (ნახ. 17). ევრისტული მეთოდი – არ იძლევა ზუსტ დამტკიცებას,

მაგრამ მისი საშუალებით მრავალი თეორემა ხდებოდა ჩემთვის ნათელი. რა თქმა უნდა, მოგვიანებით თეორემებს, რომლებიც აღმოჩენილი იყო ჩემი მექანიკური მეთოდის საშუალებით მე ვამტკიცებდი მკაცრად, ტრადიციული გეომეტრიის მეთოდებით. ***დამტკიცების პოვნა გაცილებით იოლია, როდესაც წინასწარ ცნობილია*** მისი მექანიკური ანალოგის თვისებები, ამგვარად, ცნობილია ***თუ რა გვინდა, რომ დავამტკიცოთ***.

ჰიერონი – მიმითითე რომელიმე თეორემა, რომელიც შენ ამგვარი უცნაური მეთოდით აღმოაჩინე.

არქიმედე – პარაბოლის ნებისმიერი სეგმენტის ფართობი ტოლია იმ სამკუთხედის ფართობის ოთხი მესამედისა, რომელსაც იგივე ფუძე და სიმაღლე აქვს (ნახ. 18). ამ შედეგის აღმოჩენის შემდეგ მე ის დავამტკიცე ტრადიციული მეთოდებითაც.

ჰიერონი – თუ ამ ფაქტის ჭეშმარიტებაში შენ მექანიკის საშუალებით დარწმუნდი, რაღად გინდა მისი წმინდა გეომეტრიული დამტკიცება!

არქიმედე – როდესაც მე ჩემი მეთოდი აღმოვაჩინე, ამ მეთოდის საშუალებით მიღებული შედეგები არც თუ ისე ზუსტი იყო; მოგვიანებით, გავაანალიზე რა შემთხვევები, როდესაც ამ მეთოდს შევყავდი შეცდომაში, მე იმდენად დავხვეწე ის, რომ ახლა აღარასოდეს ვცდები. მაგრამ მე ჯერ კიდევ ბოლომდე არ ვარ დარწმუნებული, რომ ამ მეთოდით მიღებული შედეგები მართლაც სწორია. შესაძლებელია, ერთხელაც ვინმემ დაამტკიცოს ეს. მაგრამ ამ დრომდე მე ამ მეთოდის სისწორეში ბოლომდე დარწმუნებული არ ვარ.

ჰიერონი – ნუთუ გამოყენებითი მათემატიკისათვის ამდენად აუცილებელია მკაცრი დამტკიცებები? შენ თქვი, რომ მათემატიკური მოდელი – ეს მხოლოდ მიახლოებაა სინამდვილეში არსებულთან. თუ შენ იყენებ მიახლოებითად ზუსტ ფორმულას, შენი შედეგები იქნებიან აგრეთვე მიახლოებითი, და ყოველ შემთხვევაში, ისინი ვერასოდეს იქნებიან აბსოლუტურად ზუსტნი.

არქიმედე – შენ ცდები ჩემო მბრძანებელო და აი, რაში, რადგანაც მათემატიკური მოდელი მხოლოდ რეალობასთან მიახლოებაა, ყოველთვის არსებობს მისგან რაღაც განსხვავება. საჭიროა გვერდი ავუაროთ და არ გავზარდოთ ეს სხვაობა მათემატიკის გამოყენების უგულველყოფის გამო. უნდა ვიყოთ

ნახ. 19 „არქიმედეს ანდერძი“

შეძლებისდაგვარად ზუსტნი. მიახლოებებთან დაკავშირებით არსებობს ერთი საერთო მცდარი მოსაზრება, რომ მათი გამოყენება ნიშნავს მათემატიკური სიზუსტიდან გადახრას. ამ დროს მათ ზუსტი თეორია გააჩნიათ და შედეგები მიახლოებების შესახებ, მაგალითად უტოლობები, საჭიროებენ ისეთივე მკაცრ დამტკიცებებს, როგორც იგივეობები. ალბათ, გახსოვს მიახლოებები წრის ფართობის გათვლისათვის, როდესაც მოცემულია დიამეტრი. მე ისინი გეომეტრიისათვის ჩვეული სიმკაცრით დავამტკიცე.

ჰიერონი – კიდევ რა შედეგებამდე მიხვედი მექანიკური მეთოდის საშუალებით?

არქიმედე – აგრეთვე, ამ მეთოდმა, მიმიყვანა მე აღმოჩენამდე: სფეროს მოცულობა არის მის გარშემოწერილი ცილინდრის მოცულობის ორი მესამედი!

ჰიერონი – გავიგე, შენი სურვილი ყოფილა, სიკვდილის შემდეგ შენს საფლავზე ეს თეორემა იყოს გამოსახული (ნახ. 19). თვლი, რომ ეს შენი ყველაზე ღირშესანიშნავი აღმოჩენაა?

არქიმედე – მე ვთვლი, რომ თავის თავად მეთოდი გაცილებით უფრო მნიშვნელოვანია, ვიდრე კერძო შედეგები, რომლებიც მე ამ მეთოდით მივიღე.

გახსოვს, ერთხელ მე ვთქვი ბერკეტის შესახებ: ***„მომეცით საყრდენი წერტილი – მე დედამიწას გადავწევ“ (ნახ. 20), რა თქმა უნდა ასეთი წერტილი არ არსებობს დედამიწაზე. თუმცა მათემატიკაში ასეთი წერტილი, რომელზეც შესაძლებელია დაყრდნობა, არსებობს, – ესაა მათემატიკა და მისი ლოგიკა***.

ჰიერონი – შენ სულ გამოყენებით მათემატიკაზე საუბრობ, მაგრამ მაგალითები, რომელიც მოგყავს, გეომეტრიიდანაა. გეომეტრიის გამოყენების შესაძლებლობა უკვე მესმის. ვთქვათ, მანქანის ფუნქციონირება დამოკიდებულია მისი დეტალების ფორმისა და ზომებისაგან. შენივე თქმით, კატაპულტიდან გასროლილი ქვის ტრაექტორია არის პარაბოლასთან „ახლოს“ მყოფი წირი. მაგრამ როგორია მდგომარეობა მათემატიკის სხვა დარგებში, ვთქვათ რიცხვთა თეორიაში? მე ძალზე ძნელად წარმომიდგენია, რომ მას რაიმე პრაქტიკული გამიყენება ჰქონდეს. რა თქმა უნდა, აქ არ არის საუბარი არითმეტიკის ელემენტებზე, ისინი ნებისმიერი გამოთვლებისას საჭიროა. მხედველობაში მაქვს ისეთი ცნებები, როგორიცაა გაყოფადობა, მარტივი რიცხვები, უმცირესი კვადრატები და სხვა ამისთანები.

ნახ. 20 „მომეცით საყრდენი წერტილი - მე დედამიწას გადავწევ“

არქიმედე – თუ შენ ერთმანეთთან აკავშირებ ორ, სხვადასხვა რაოდენობის კბილების მქონე კბილანა ბორბალს, მაშინ უცილობლად, უმცირესი საერთო ჯერადის ცნებასთან გექნება საქმე (ნახ. 21). შენთვის საკმარისია ეს მარტივი მაგალითი? ცოტა ხნის წინათ, ჩემი მეგობრის, ერატოსფენე კირენელისაგან (ნახ. 22), წერილი მივიღე რომელშიც ის მწერს მარტივ, მაგრამ მახვილგონივრულ მეთოდზე (მას ის საცერის მეთოდს უწოდებს), რომლითაც მარტივი რიცხვები იძებნება. ამაზე ფიქრის დროს გავაკეთე მანქანის ესკიზი, რომელიც მისი იდეის რეალიზაციას უზრუნველყოფს. მანქანა მუშაობს კბილანა ბორბლების კომპლექტით. თუ მოაბრუნებ სახელურს რამოდენიმეჯერ, ვთქვათ n-ჯერ, შეიხედავ ღრიჭოში და თუ დაინახავ სინათლეს, ესე იგი n – მარტივი რიცხვია, თუ ღრიჭოში სინათლე არ არის n – რიცხვი არ არის მარტივი.

ჰიერონი – ეს მართლაც რომ თავშესაქცევია. როდესაც ომი დამთავრდება, შენ ეს მანქანა უნდა ააგო. ჩემ სტუმრებს ის მოეწონებათ.

არქიმედე – აუცილებლად ავაგებ, თუ ცოცხალი გადავრჩი. ამით ყველას დავანახებ, რომ მანქანასაც შეუძლია მათემატიკური ამოცანების ამოხსნა. ვიმედოვნებ, ბოლოს და ბოლოს მათემატიკოსები მიხვდებიან, რომ მათ შეუძლიათ მოიგონ თავიანთი კუთხითაც, თუ შეისწავლიან მათემატიკისა და მანქანების ურთიერთკავშირს.

ჰიერონი – მოგებაზე ლაპარაკმა ევკლიდესთან (ნახ. 23) დაკავშირებული ისტორია გამახსენა. მოსწავლემ, რომელსაც ის გეომეტრიას ასწავლიდა, მას ჰკითხა: „რას მომცემს გეომეტრიას შესწავლა“?, ევკლიდემ მონას დაუძახა და უთხრა: „მიეცი მას

ნახ. 21 კბილანებიანი გადაცემა და უმცირესი საერთო ჯერადი

ნახ. 22 ერატოსფენე კირენელი (276-195 ძვ. წ. აღ.) პირველმა გაზომა დედამიწის გარშემოწერილობა

ცოტა ფული, რადგან მას უნდა ჰქონდეს შემოსავალი იქიდან, რასაც სწავლობს“. მეჩვენება, ევკლიდეს ეგონა, რომ მათემატიკოსებისათვის არაა აუცილებელი იზრუნონ თავიანთი შედეგების პრაქტიკულ გამოყენებაზე.

არქიმედე – რა თქმა უნდა, მსმენია ეს ამბავი. ალბათ გაგიკვირდება თუ გაიგებ, რომ მე სრულად ვეთანხმები ევკლიდეს. მის ადგილას მეც დაახლოებით რაიმე ამგვარს ვიტყოდი.

ჰიერონი – შენ მე ისევ გამაოგნე. აქამდე შენ აღფრთოვანებით საუბრობდი მათემატიკის გამოყენებებზე, და ახლა ეთანხმები იმათ, ვინც ფიქრობს, რომ ერთადერთი ჯილდო, რომელსაც მეცნიერი უნდა ესწრაფვოდეს, შემეცნებით მიღებული კმაყოფილებაა.

არქიმედე – შენ და ადამიანების უმეტესობას არასწორად ესმით ევკლიდეს ისტორია. არ იფიქრო, რომ ის არ იყო დაინტერესებული მათემატიკური შედეგების პრაქტიული გამოყენებებითა და თვლიდა ამ საქმიანობას ფილოსოფოსისათვის უღირსად. ეს სრული უაზრობაა. რა თქმა უნდა შენ იცი, რომ მან დაწერა წიგნი „მოვლენები“, ასტრონომიის შესახებ და წიგნი ოპტიკაზე, მე დარწმუნებული ვარ, ისაა ავტორი წიგნისა „კატოპტიკა“ – მას ვიყენებდი ჩემი სარკეების დამზადებისას. იგი აგრეთვე დაინტერესებული იყო მექანიკით. როგორც მესმის, ევკლიდეს უნდოდა ხაზი გაესვა იმ შესანიშნავი ფაქტისათვის, რომ მათემატიკა აჯილდოებს მარტო იმათ, ვისაც ის აინტერესებს არა ჯილდოებისათვის, არამედ თვით მათემატიკისათვის. მათემატიკა ჰგავს შენს ქალიშვილს, ელენას, რომელიც ყოველ თაყვანისმცემელზე ეჭვიანობს. ჰგონია, რომ თვითონ ის კი არ მოსწონთ, არამედ მხოლოდ მეფის სიძეობა იზიდავთ. იგი ელოდება ისეთ ქმარს, რომელიც შეიყვარებს მხოლოდ სილამაზისათვის, ჭკუისათვის, მომხიბვლელობისათვის და არა ძალაუფლებისათვის, რომელსაც მოიპოვებს თუ მას მოიყვანს ცოლად. მათემატიკა, მხოლოდ მას უხსნის თავის საიდუმლოებას, ვინც მას წმინდა სიყვარულით უახლოვდება მხოლოდ მისი მშვენიერების გამო. ის, ვინც ასე იქცევა, ჯილდოვდება პრაქტიკული მნიშვნელობის შედეგებით. მაგრამ თუ კი შენ, ყოველ ნაბიჯზე ეკითხები თავს, – „რა სარგებელია ამისაგან“? შეუძლებელია ბევრს მიაღწიო. გახსოვს, მე გითხარი, რომ რომაელები ვერასოდეს მიაღწევენ წარმატებას გამოყენებით მათემატიკაში. ახლა მიხვდი რატომ? – ისინი ძალზე პრაქტიკულები არიან.

ნახ. 23 ევკლიდე ალექსანდრიელი 325-265 ძვ. წ. აღ.

ჰიერონი – მე ვფიქრობ, რომ ჩვენ რომაელებისაგან უნდა გვესწავლა, მაშინ გაგვიადვილდებოდა მათთან ბრძოლა.

არქიმედე – მე არ გეთანხმები. თუ შევეცდებით მოვიპოვოთ გამარჯვება, საკუთარ იდეებზე უარის თქმით და ჩვენი მოწინააღმდეგეების მიბაძვით, მაშინ ბრძოლის დაწყებამდე წავაგებთ. რომც მოვიგოთ ამგვარად ომი, ეს არ იქნება ნამდვილი მოგება. ასეთი მოგება წაგებაზე უარესია.

ჰიერონი – ნუ დავიწყებთ ომზე ლაპარაკს და დავუბრუნდეთ მათემატიკას. მომიყევი, როგორ აგებ მათემატიკურ მოდელებს?

არქიმედე – ეს ძალზე ძნელია აგიხსნა პოპულარულად, რომ არ გამოვიყენო ანალოგიები. რეალური სიტუაციის მათემატიკური მოდელი – ეს გონების ეკრანზე ჩრდილის მსგავსი რამაა.

ჰიერონი – მეჩვენება შენი ფილოსოფია – პლატონის (ნახ. 24) ფილოსოფიის სრული საწინააღმდეგოა. ის ამბობს, რომ რეალური ნივთები – ეს იდეების ჩრდილებია, შენ კი, თუ მე სწორად გაგიგე, ამბობ, რომ იდეები – რეალობის ჩრდილებიაო.

არქიმედე – მეჩვენება, რომ ეს ორი თვალსაზრისი არც თუ შორს არიან ერთმანეთისაგან. პლატონი საგონებელში იყო ჩავარდნილი მათემატიკური იდეებისა და რეალობის შესაბამისობით. ის ფიქრობდა, რომ ფილოსოფიის მთავარი მიზანია ახსნას ეს შესაბამისობა. ამ პუნქტამდე მე სრულიად ვეთანხმები მას. მე არ ვეთანხმები მისეულ ახსნას. ის, სულ მცირე, ცხადად ხედავდა ამოცანას და ცდილობდა დაემუშავებია ერთერთი შესაძლო პასუხი. თუმცა, მე ვფიქრობ, ჩვენ თავი უნდა ვანებოთ ფილოსოფიას და დავუბრუნდეთ რეალობას. მე მესმის, რომ კარზე ვიღაც აკაკუნებს. წავალ გავაღებ.

ჰიერონი – ნება მომეცი მე გავაკეთო ეს. ალბათ ჩემი მაცნეა მარცელუსის პასუხით. აი შეტყობინებაც.

არქიმედე – როგორია მარცელუსის პასუხი?

ჰიერონი – შენ თვითონ წაიკითხე.

ნახ. 24. პლატონი (427-348 ძვ. წ. აღ.)

არქიმედე – „მარცელუსი უგზავნის თავის სალამს მეფე ჰიერონს და აცნობებს, რომ ის დაიპყრობს სირაკუზს სრულ მთვარობამდე. მაშინ მეფე ჰიერონი მიხვდება, რომ რომაელი თავისი სიტყვის პატრონია“.

ჰიერონი – ახლა რას ფიქრობ ამაზე?

არქიმედე – მისი ბერძნული მართლაც დახვეწილია. რაც შეეხება შინაარსს, ის ისეთია, როგორსაც ველოდი.

ჰიერონი – მართალია, შენი განჭვრეტა იმდენად სწორი აღმოჩნდა, თითქოს ის შენი მეთოდით აღმოაჩინე.

არქიმედე – ასე, ბოლოს და ბოლოს ვიცით, რას უნდა ველოდეთ.

ჰიერონი – მე უნდა წავიდე. მე მინდა ცოტა წავიძინო. აუცილებელია მოვემზადო ხვალინდელი ახალი შემოტევისათვის. მადლობა საინტერესო საუბრისათვის.

არქიმედე – მეც დიდი სიამოვნება მივიღე, რაც ჩემთვის იშვიათია. არ მაქვს შესაძლებლობა ვისაუბრო ხოლმე თანამედროვე მათემატიკაზე. კიდევ ერთხელ დიდი მადლობა გასაოცარი ლანგარისათვის.

ჰერონი – მიხარია, რომ მოგეწონა. ღამე მშვიდობისა მეგობარო. ვგონებ შენც საჭიროებ დასვენებას.

არქიმედე – ღამე მშვიდობისა, ჩემო მბრძანებელო. ჯერ არ დავიძინებ, მინდა დავასრულო წერილი, რომელსაც, ჩემს მეგობარს დიონისიუს პელუზიუმელს ვუგზავნი. მასში ჩემი უკანასკნელი აღმოჩენების შესახებ ვწერ. რომაული ფლოტი გავიდა, დატოვა ყურე, მაგრამ ზეგ რომაელები ალბათ, კვლავ შეეცდებიან ბლოკადის მოწყობას. რადგან ხვალ შესაძლოა რომელიღაცა ხომალდმა დატოვოს ყურე, ამიტომ მე მინდა ვისარგებლო ხელსაყრელი შემთხვევით, რომელიც, შესაძლოა, უკანასკნელი აღმოჩნდეს.

ავტორის ელექტრონული მისამართი:
ilia.tavkhelidze@tsu.ge

„არქიმედეს სიკვდილი“ ანტიკური მოზაიკა

კოორდინატები – ანუ როგორ მოგაგნებთ მათემატიკოსი

ავტორი რალფ მეიერი
თარგმნა მალხაზ ბაკურაძემ

მათემატიკას ხშირად უწოდებენ საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა უნივერსალურ ენას. ეს უნივერსალობა განსაკუთრებით აადვილებს მთელი მსოფლიოს მათემატიკოსთა თანამშრომლობას. ჩვენ ყველა ერთნაირ მათემატიკას ვაკეთებთ, მცირე განსხვავებებით, რადგან ყველას აქვს თავისი გემოვნება და ინტერესები. მე გადავწყვიტე დამეწერა ეს სტატია თქვენთვის, რადგან მიმდინარეობს ქართველ და გერმანელ მათემატიკოსთა თანამშრომლობა, რაც მოიცავს საერთო სადოქტორო პროგრამას თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტსა და გიოტინგენის უნივერსიტეტს შორის.

რალფ მეიერი

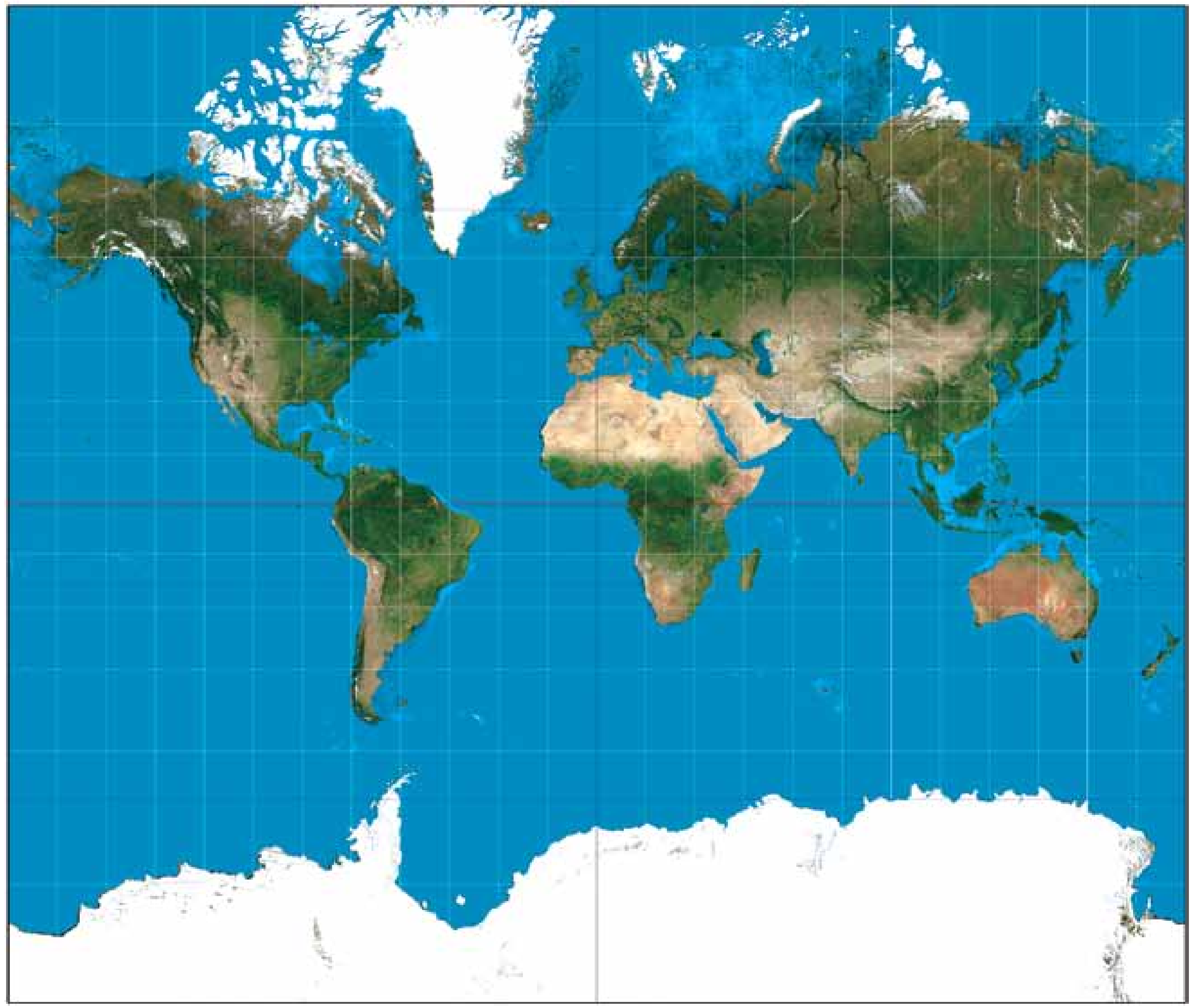
მალხაზ ბაკურაძე

გიოტინგენის უნივერსიტეტის პროფესორი, თსუ ასოცირებული პროფესორი

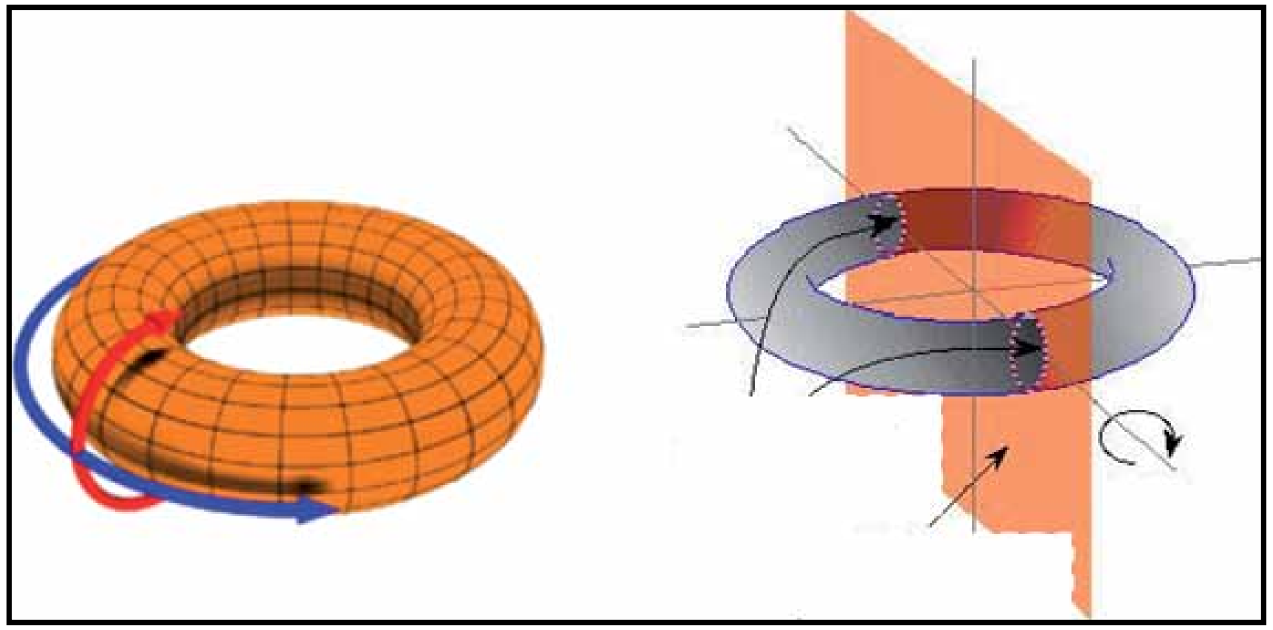
ამ სტატიაში ჩვენ განვიხილავთ ზოგიერთ თანამედროვე მიღწევას გეომეტრიაში, რომელსაც საფუძველი ჩაეყარა კოორდინატების შემოტანით, ფრანგი ფილოსოფოსის, რენე დეკარტის (Rene Descartes 1596-1650) მიერ. კოორდინატები საშუალებას გვაძლევს აღვწეროთ სიბრტყის წერტილები რიცხვთა წყვილებით $(x; y)$ და სამგანზომილებიანი სივრცის წერტილები რიცხვთა სამეულებით $(x; y; z)$. ეს იდეა ისე წარმატებული გამოდგა, რომ მას შემდეგ ჩვენ კოორდინატების გარეშე ფიქრიც კი გვიჭირს. ამან ძირეულად გარდაქმნა გეომეტრია და აქცია ის ალგებრის ნაწილად. მაგალითად, სფერო მას შემდეგ მოიცემა განტოლებით $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, ხოლო სიბრტყე განტოლებით $x + y + 2z = 1$; მათი თანაკვეთა არის $(x; y; z)$ სამეულები, რომლებიც ორივე განტოლებას აკმაყოფილებს.

ნიუტონის მექანიკის მათემატიკური ფორმულირება ყველაზე ხელსაყრელია მოვლენის კოორდინატებით აღწერით. ძალის კანონი ამბობს, რომ ფიზიკური სხეულის აჩქარება მასზე მოდებული ძალის პროპორციულია. ნაწილაკის მოძრაობის განტოლების მისაღებად მოცემული აჩქარებიდან პირველ რიგში დგინდება მისი სიჩქარე, და მხოლოდ შემდეგ კი მის მიერ განვლილი ტრაექტორია. ამისათვის საჭირო დიფერენციალური აღრიცხვა კი მოუაზრებელია გეომეტრიის ალგებრული ფორმულირებისა და კოორდინატების გარეშე.

საკმაოდ ადვილია ვიპოვოთ კოორდინატები ჩვეულებრივი სიბრტყის ან სამგანზომილებიანი სივრცისათვის. მაგრამ რას იტყვით



ფიგურა 1. მერკატორის პროექცია



ა) ფიგურა 2. ტორი ბ)

სფეროზე ან, ვთქვათ, დედამიწის ზედაპირზე? ამ კონკრეტულ შემთხვევაში სამგანზომილებიანი სივრცის ($x; y; z$) კოორდინატების გამოყენება არაეფექტურია, რადგან ზედაპირზე წერტილის აღსაწერად მხოლოდ ორი კოორდინატი (გრძედი და განედი) არის საკმარისი.

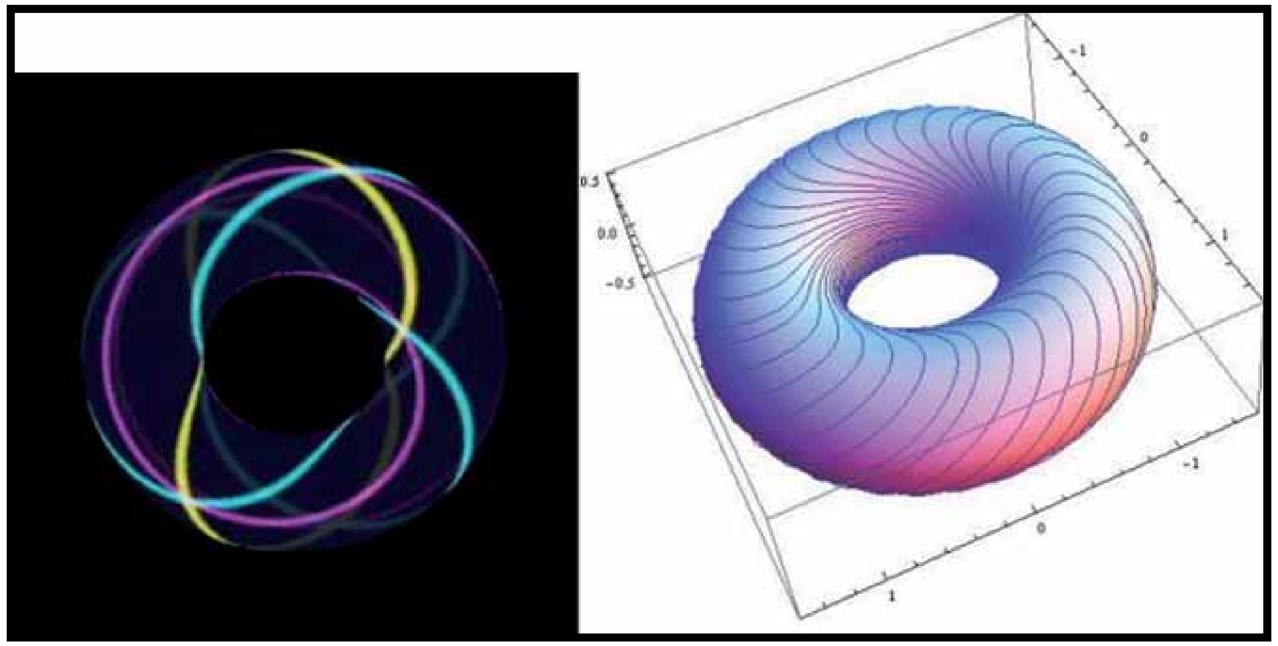
ჩვენ, მაგალითად, შეგვიძლია გამოვიყენოთ მერკატორის პროექცია (იხ. ფიგურა 1). თუმცა შევნიშნოთ, რომ ჩრდილოეთ და სამხრეთ პოლუსებთან ახლო მდებარე რეგიონები ამ რუკაზე გაცილებით დიდი ჩანს, ვიდრე სინამდვილეშია. თვითონ პოლუსები კი მთელ წრფემდეა გაწელილი. ამ რუკაზე უმოკლესი გზა ორ გეოგრაფიულ ადგილს შორის არაა წრფის მონაკვეთი (იხ. ფიგურა 1). რაღა თქმა უნდა მფრინავებმა ეს იციან. ფრენა, ვთქვათ, თბილისიდან ფრანკფურტამდე ამ რუკაზე არ გაყვება წრფეს, ის იქნება მრუდი, რათა ფრენა რაც შეიძლება ხანმოკლე იყოს.

გეოგრაფები სულელები არიან? რატომ იყენებენ ისინი ასეთ „ნაკლიან“ რუკებს? იმიტომ, რომ სხვა უკეთესი ალტერნატივა არ არსებობს! სცადეთ ნაკეცების ან ნაწიბურების გარეშე შემოახვიოთ ქაღალდის ნაჭერი ბურთს. ამას ვერასდროს ვერ შეძლებთ, ქაღალდი კიდეც რომ დაჭრათ. თუმცა თქვენ შეძლებთ ნაწიბურების გარეშე შემოახვიოთ ქაღალდი ცილინდრს ან კონუსს. გერმანელმა მათემატიკოსმა კარლ ფრიდრიხ გაუსმა (Carl Friedrich Gauss, 1777-1855) ეს ახსნა ზედაპირის შინაგანი სიმრუდის ცნებით. მაშინ როცა სფეროს აქვს მუდმივი არანულოვანი სიმრუდე, ცილინდრს აქვს ნულოვანი სიმრუდე, რის გამოც გეომეტრები მას „ბრტყელს“ უწოდებენ. ამიტომაა, რომ თქვენ შეგიძლიათ შემოახვიოთ ქაღალდი ცილინდრს, სფეროს კი ვერა.

პილოტები და გემის კაპიტნები ჩვეულებრივ მიმართავენ მერკატორის რუკას (ფიგურა 1) მათი ადგილსამყოფელის აღსაწერად. მათთვის თბილისი არის ადგილი კოორდინატებით *41º43'00''N*, *44º47'00''E*. ავტომობილის მართვისას, ალბათ იყენებთ საგზაო ატლასს. ეს ატლასი შეიცავს ქალაქის ნაწილების მრავალ დეტალურ რუკას. როცა თქვენ ამოიკითხავთ ქალაქს ატლასის სიაში, თქვენ იქვე ნახავთ, რომ მაგალითად, ლესელიძის ქუჩა არის კვადრანტში 12 გვერდზე 4 და კვადრანტში 6 გვერდზე 12 ამ ატლასში.

უფრო დაწვრილებით, რაიმე მოცემული წერტილით თბილისში უნდა აღიწეროს სამი რიცხვით: საგზაო ატლასის გვერდის ნომრით და ამ გვერდზე მოცემული ($x; y$) კოორდინატებით. თუმცა ეს აღწერა აღარაა ერთადერთი. ნავიგაციის გასამარტივებლად ატლასის რუკები „ოდნავ“ გადაფარავენ ერთმანეთს, ისე, რომ ზოგიერთი ადგილი (წერტილი) რამოდენიმე გვერდზე გამოჩნდება.

ამას ჩვენ მივყავართ აბსტრაქტულ x სივრცეში კოორდინატების ნაკლებად მკაცრ ცნებამდე. ჩვენ გვაქვს რაიმე „კარგი“ მოდელისივრცე M (ატლასი), რომელიც შედგება მრავალი ცალკეული ნაჭრისაგან (რუკა), რომელთაგან თითოეული არის სიბრტყის ნაწილი, ან უფრო ზოგადად მაღალგანზომილებიანი ბრტყელი სივრცე; ჩვენს მაგალითში M არის საგზაო ატლასი, მისი ცალკეული ნაჭრები არის მისი გვერდები ანუ კონკრეტული ადგილმდებარე-



ა) F ფიგურა: 3 ბ)

ობის აღმწერი რუკები. გვაქვს აგრეთვე ასახვა M სივრციდან x სივრცეში; ჩვენს მაგალითში ეს ასახვა ატლასის რაიმე გვერდის რაიმე წერტილს ასახავს თბილისის შესაბამის ადგილში. ჩვენ მოვითხოვთ, რომ x სივრცის ყოველი წერტილი იყოს ამ ასახვის რაიმე წერტილის (თუნდაც ბევრის) ანასახი, მოდით დავუძახოთ წერტილებს მოდელ x სივრცეზე ექვივალენტური, თუ ისინი ერთ წერტილში აისახებიან სივრცეში. თუ ჩვენ ვიცით სივრცე და როდის არის მისი ორი წერტილი ექვივალენტური, ჩვენ შეგვიძლია სივრცის რეკონსტრუქცია (წარმოდგენა).

მაგალითად განვიხილოთ ტორის ზედაპირი (იხ. ფიგურა 2: ა). შევნიშნოთ, რომ ჩვენი ტორი ბრუნვით-სიმეტრიულია z ღერძის მიმართ. $x; y$ სიბრტყე, რომელიც მოიცემა განტოლებით $x = 0$, ტორს გადაკვეთს ორ წრეწირში, ერთისთვის $y > 0$, მეორისთვის $y < 0$ (იხ. ფიგურა 2: ბ). წრეწირის წერტილების კოორდინატად აიღება კუთხე (მათემატიკური ტერმინოლოგიით-წერტილები პარამეტრიზირებული არიან კუთხით). თუ ჩვენ $y; z$ სიბრტყეს რაიმე კუთხით ვაბრუნებთ z ღერძის გარშემო, ჩვენ კვლავ მივიღებთ დადებით ($y > 0$) და უარყოფით ($y < 0$) წრეწირებს და შესაბამისად ტორის ყოველი წერტილი ძევს ზუსტად ერთ ასეთ ბრუნვად სიბრტყეზე.

ამრიგად, ჩვენ შეგვიძლია ტორის პარამეტრიზება (კოორდინატების შემოღება) ორი კუთხით a და b ეს კუთხეები ავიღოთ ასეთი პირობით (ნორმალიზებით), რომ იყოს 1, ანუ კოორდინატი a წარმოადგენს კუთხისა და სრული კუთხის შეფარდებას. მაშინ ჩვენი მოდელი ტორისთვის არის სიბრტყე კოორდინატებით ($a; b$), თანაც ($a; b$) და ($c; d$) ექვივალენტურია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა $a–c$ და $b–d$ მთელი რიცხვებია.

ახლა განვიხილოთ უფრო რთული სივრცე. ვუწოდოთ ტორზე მდებარე წირს „წრფე“ თუ ის არის $a; b$ სიბრტყეზე მდებარე წრფის ანასახი. რა იქნება ტორზე მდებარე წრფეების სივრცე? ზემოთმოყვანილ მიდგომას ის უპირატესობაც აქვს რომ ის გვაძლევს საშუალებას მივუდგეთ ასეთ რთულ სივრცეებს.

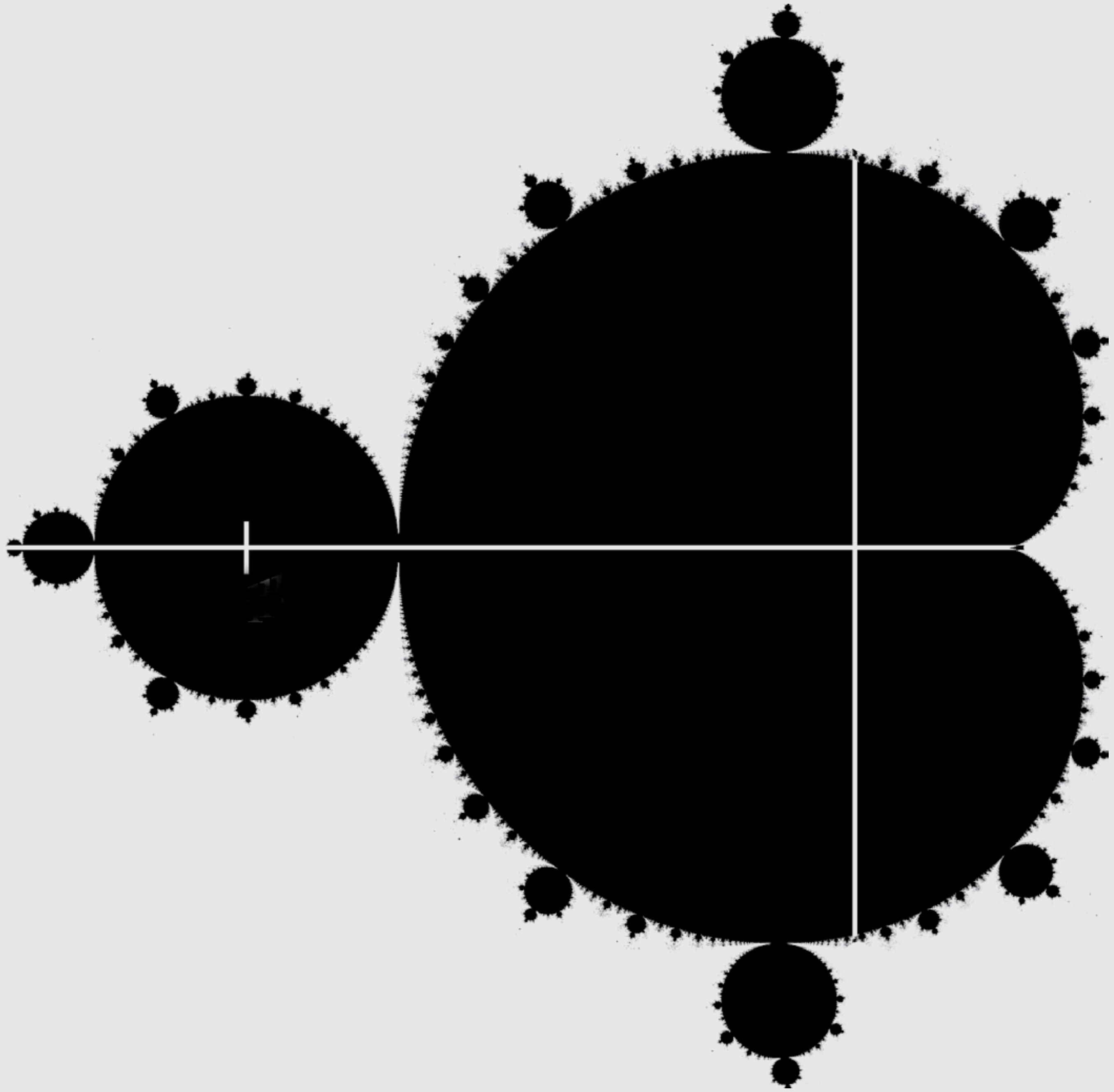
სიბრტყეზე მდებარე წრფე შეიძლება პარამეტრიზებული იყოს სამი რიცხვით: წრფეზე მდებარე ერთი წერტილის კოორდინატებით ($a; b$) და წრფის მიერ აბცისთა x ღერძთან შედგენილი c კუთხით. ამრიგად წრფეების სივრცე პარამეტრიზებულია სამი რიცხვით ($a; b; c$). თანაც ორი ასეთი სამეული ($a'; b'; c'$) და ცხადია ერთიდაიგივე წრფეს გვაძლევს, თუ $a–a'$, $b–b'$ და $c–c'$ მთელია. ეს სამეულები ამ ექვივალენტობის მიმართებით ახდენენ სამგანზომილებიანი ტორის პარამეტრიზაციას. სამგანზომილებიანი ტორი (სამი-ტორი) ორგანზომილებიანი ტორის ანალოგიურია. მაგრამ ეს სამი-ტორი ჯერ კიდევ არ არის ტორზე წრფეების სივრცე. წრფიდან წერტილი კორდინატებით ($a; b$) შემთხვევით იყო აღებული, ჩვენ შეგვეძლო სხვა წერტილიც აგვეღო. ამისათვის ჩვენ უნდა განვსაზღვროთ „ნაკადი“ სამ-ტორზე, ანუ სამი-ტორის თავისთავზე ასახვების ოჯახი, რომელიც პარამეტრიზებულია ერთი t რიცხვით („დროით“). იდეა უბრალოდ ისაა, რომ ნაკადი დროის მომენტში ($a; b$) წერტილს t მანძილზე გადაიტანს იმ წრფის გასწვრივ, რომლის პარამეტრიზებასაც ვახდენთ. ორი წერტილი სამ-ტორზე გვაძლევს ერთიდაიგივე წრფეს თუ ერთი მეორისგან მიიღება ნაკადით რაღაც t დროში.

უფრო ცხადად, ჩვენ ვხედავთ, რომ წრფეების სივრცეს აქვს სამი პარამეტრი ($a; b; c$) და რომ ($a'; b'; c'$) და ერთიდაიგივე წერტილის პარამეტრიზებაა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ $a'–a–t\cos 2\pi c$ და $b'–b–t\sin 2\pi c$ მთელი რიცხვებია რაიმე t რიცხვისთვის.

ეს ძალიან რთული სახის სივრცეა, თუმცა შეიძლება საკმაოდ მარტივად გამოიყურება. ზემოთაღნიშნული ნაკადი სამ-ტორზე (აგრეთვე იწოდება გეოდეზიურ ნაკადად ტორზე) გვიჩვენებს იმას, რასაც ქაოტური ქმედება ეწოდება. თუ c ცვლადი ისეთია, რომ $tg2\pi c = \frac{\sin 2\pi c}{\cos 2\pi c}$ რაციონალურია და შესაბამისად მისი წარმოდგენაა $\frac{p}{q}$ სადაც p და q მთელი რიცხვებია, მაშინ წრფე ამ კუთხით ტორზე გამოიყურება, როგორც შეკრული წირი: ჩვენ ვბრუნდებით იგივე წერტილში, როცა ამ მიმართულებას გავყვებით. ამრიგად ზოგი წრფე ტორზე გამოიყურება როგორც მარყუჟი რომელიც სასრული რაოდენობით ეხვევა ტორის გარშემო. იხილეთ ფიგურა 3. ა); მასზე დახატულია სამი წრფე, რომელთა დახრილობაა შესაბამისად $\frac{1}{3}$, $–2$ და $\frac{3}{2}$ ოღონდ თუ ირაციონალურია a', მაშინ წრფე არასდროს არ შეიკვრება წრეწირად. ამის მაგივრად ჩვენ მივიღებთ წირს, რომელიც რაგინდ ახლოს გაივლის ტორის ნებისმიერ წერტილთან. მათემატიკოსები ასეთ წირს უწოდებენ ყველგან მკვრივს (იხ. ფიგურა 3. ბ).

თანამედროვე გეომეტრიის მიზანია, ვიპოვოთ სწორი ცნებები გეომეტრიის ასაგებად ისეთ სივრცეებში, როგორიცაა წრფეების სივრცე ტორზე. მე ეს მაგალითი მისი სიმარტივის გამო ავარჩიე. მსგავსი ქაოტური ქმედება მრავალ ცხოვრებისეულ სიტუაციებში ვლინდება.

ელ-ფოსტა:
rameyer@uni-math.gwdg.de



მანდელბროტის სიმრავლე

ფრაქტალის კლასიკური მაგალითი. 1975 წელს ფრანგმა მათემატიკოსმა ბენუა მანდელბროტმა ახალი სიტყვის დაბადება ამცნო სამყაროს. ეს ახალი სიტყვა “ფრაქტალი” იყო. სიტყვა ნაწარმოებულია ლათინური fractus–ისგა, რაც თავის მხრივ დამსხვრევას, დანაწევრებას ნიშნავს.

ასახვა. ასახვის ტიპები

თეიმურაზ ვეფხვაძე

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სრული პროფესორი, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

საშუალო სკოლაში A სიმრავლის B სიმრავლეში ასახვა სიმრავლეებს შორის შესაბამისობის ინტუიციურ აღქმას ეყრდნობა. ასახვა შესაბამისობის კერძო შემთხვევად განიხილება. თუმცა, არსებობს შესაბამისობის თეორიულ-სიმრავლური აღწერის ხერხებიც, რომლებიც დაკავშირებულია $A \times B$ დეკარტული ნამრავლის ქვესიმრავლის განხილვასთან. ლიტერატურაში სიმრავლეების საშუალებით შესაბამისობის შემოღების სხვადსხვა მიდგომა არსებობს, მაგალითად, შესაბამისობა განისაზღვრება ზოგჯერ არა მთელ A სიმრავლეზე.
A სიმრავლის B სიმრავლეში ასახვას მოსწავლეებთან ასე განვსაზღვრავთ: A სიმრავლის B სიმრავლეში ასახვა ეწოდება ისეთ შესაბამისობას A და B სიმრავლეებს შორის, როცა A სიმრავლის ყოველ ელემენტს B სიმრავლის ერთადერთი ელემენტი შეესაბამება.

დიაგრამის გამოყენება (ნახ. 1) აადვილებს განსაზღვრების გაგებას: $f:A \to B$ (f ასახვა A-დან B-ში) შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ: თუ $x \in A$ ელემენტს f ასახვისას შეესაბამება y ელემენტი B-დან, მაშინ ვწერთ: $y = f(x)$, y არის x-ის სახე, x არის y-ის წინასახე. წინასახეები ყოველ ელემენტს B-დან შეიძლება ერთზე მეტი ჰქონდეს, ან არ ჰქონდეს. A-ს ეწოდება f ასახვის განსაზღვრის არე. A-ს ელემენტების სახეების სიმრავლეს ეწოდება მნიშვნელობათა სიმრავლე. მას ასე აღვნიშნავთ: $f(A)$.

მასწავლებელს მოეთხოვება ერთმანეთისგან გაარჩიოს ასახვის ტიპები – ინექცია, სურექცია, ბიექცია. ინექცია არის ისეთი f ასახვა A სიმრავლისა B სიმრავლეში, როცა B-ს ყოველ ელემენტს არაუმეტეს ერთი წინასახე აქვს:

B-ში შეიძლება იყოს ელემენტი (ერთი, ან რამდენიმე), რომელსაც წინასახე არა აქვს.

სურექცია ისეთი ასახვაა, როცა B-ს ყოველ ელემენტს აქვს ერთი მაინც წინასახე (შეიძლება რამდენიმე). ამ შემთხვევაში ვამბობთ, რომ გვაქვს ასახვა A სიმრავლისა B სიმრავლეზე.

B-ს ყოველ ელემენტს აქვს ერთი მაინც წინასახე.

თუ f ასახვა სურექციაც არის და ინექციაც, მაშიან მას ეწოდება **ბიექცია**.

ამ დროს შეიძლება განვიხილოთ ასახვა B სიმრავლისა A-ზე. როცა B-ს ყოველ ელემენტს შეიძლება შევუსაბამოთ A-ს ის ელემენტი, რომელსაც ის f ასახვით შეესაბამება, ამ ასახვას ეწოდება f-ის შექცეული ასახვა

$f^{-1}: f(A) \to A$.

ასახვის მოცემა ნიშნავს, რომ დასახელებულია A სიმრავლე (განსაზღვრის არე), B სიმრავლე (რომლის ელემენტები შეესაბამება A-ს ელემენტებს) და შესაბამისობა f. (A, B, f) სამეული არის ასახვა.

თუმცა, რიცხვითი ფუნქციების განხილვისას, როცა A და B-ც რიცხვითი სიმრავლეებია, შეთანხმების თანახმად, შეიძლება მოცემული იყოს ფორმულა, რომელიც ყოველ x-ს უსაბამებს y-ს. ამ შემთხვევაში ხშირად ისმება კითხვა – რა არის ამ ფუნქციის განსაზღვრის არე. შეთანხმების თანახმად, განსაზღვრის არედ ითვლება x-ის ყველა ის მნიშვნელობა, როცა ფორმულას აზრი აქვს.

აქვე შევნიშნოთ, რომ ასახვა ყოველ f-ს უთანადებს რა $f(x)$-ს, აფიქსირებს $(x, f(x))$ წყვილების სიმრავლეს. მას ეწოდება ასახვის გრაფიკი. რიცხვითი ფუნქციის შემთხვევაში წყვილებს საკოორდინატო სიბრტყეზე წერტილები შეესაბამება.

ახლა განვიხილოთ ასახვების მაგალითები:

$f_1: R \to R;\ x \to x^2$; f_1 არის ასახვა ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლისა ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეზე, რომელიც ყოველ x რიცხვს შეუსაბამებს მის კვადრატს.

$f_2: R \to R,\ x \to \sin x$;

$f_3: R \to R,\ x \to \cos x$;

$f_4: \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \to R_1 x \to \sin x$;

$f_5: \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \to [-1;1], x \to \sin x$

$f_6: [0, \pi] \to [-1;1], x \to \cos x$

$f_7: R^+ \to R^+,\ x \to x^2$ არაუარყოფით ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლის ასახვა არაუარყოფით ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეზე ფორმულით: $x \to x^2$.

f_1 ასახვა არც ინექციაა და არც სურექცია. მაგალითად, -4-ს წინასახე არა აქვს (არ არის სურექცია); $(-2)^2=(2)^2$ – არ არის ინექცია.

f_2 ასახვა არც ინექციაა და არც სურექცია. მაგალითად, 2-ს წინა სახე არა აქვს (არ არის სურექცია); $\sin\frac{\pi}{6} = \sin\frac{5\pi}{6}$ – არ არის ინექცია.

f_3 არც სურექციაა და არც ინექცია.

f_4 არ არის სურექცია, მაგრამ არის ინექცია.

f_5, f_6 და f_7 – სამივე ეს ფუნქცია ბიექციაა. შეიძლება განვსაზღვროთ მათი შექცეული ასახვები:

f_5^{-1} – არკსინუსი (arcsin);

f_6^{-1} – არკკოსინუსი (arccos);

f_7^{-1} – კვადრატული ფესვი.

f_5-ის შექცეულის არსებობა შეიძლება დავუკავშიროთ $\sin x = a$ განტოლების ამოხსნას – როცა $|a| \leq 1$, მაშინ $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ შუალედში არსებობს ერთადერთი რიცხვი, რომლის სინუსი არის a, მას ასე აღვნიშნავთ: $\arcsin a$. ამ საკითხის სწავლება დაკავშირებულია სინუსის ფუნქციის თვისებების ცოდნასთან (პერიოდულობა, დაყვანის ფორმულები, ზრდადობა და კლებადობა).

კოლმოგოროვის რედაქციით გამოცემულ სახელმძღვანელოში აღნიშნული განტოლების განხილვას წინ უძღოდა სინუსის ძირითადი თვისებების შესწავლა, ანუ $y=\sin x$ ფუნქციის გამოკვლევა (განსაზღვრის არე, კენტობა, ნიშანმუდმივობის შუალედების პოვნა, გრაფიკის აგება). შემდეგ დაუმტკიცებლად იყო ჩამოყალიბებული რაიმე შუალედში ზრდადი (კლებადი) $f(x)$ ფუნქციის თვისება – თუ რაიმე შუალედში ფუნქცია ზრდადია (კლებადია) და a არის ნებისმიერი მნიშვნელობა, რომელსაც ფუნქცია ამ შუალედში ღებულობს, მაშინ $f(x) = a$ განტოლებას ამ შუალედში აქვს ერთადერთი ფესვი. ჩვენს მიერ გამოთქმული დებულება (f_1 ბიექციაა) ამ თეორემის შედეგია.

მაშასადამე, არსებობს ერთადერთი რიცხვი $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ შუალედიდან, რომლის სინუსი არის a. ეს რიცხვი ასე ჩაიწერება: $\arcsin a$. რადგან სინუსი პერიოდული ფუნქციაა, ამიტომ საკმარისია $\sin x = a$ განტოლება 2π სიგრძის შუალედზე ამოვხსნათ. ავიღოთ $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ შუალედი. თუ $|a|<1$, ამ შუალედში არსებობს კიდევ ერთი რიცხვი – $\pi - \arcsin a$, რომელიც ეკუთვნის $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ შუალედს და ეს რიცხვიც $\sin x = a$ განტოლების ფესვია.

გვაქვს: $x_1 = \arcsin a$ და $x_2 = \pi - \arcsin a$. პერიოდულობის გამო ყველა ამონახსნი ასე ჩაიწერება:

$x = \arcsin a + 2\pi k,\ k \in Z$

$x = \pi - \arcsin a + 2\pi k,\ k \in Z$

ცალკე შეიძლება განვიხილოთ შემთხვევები:

$a = 1,\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$

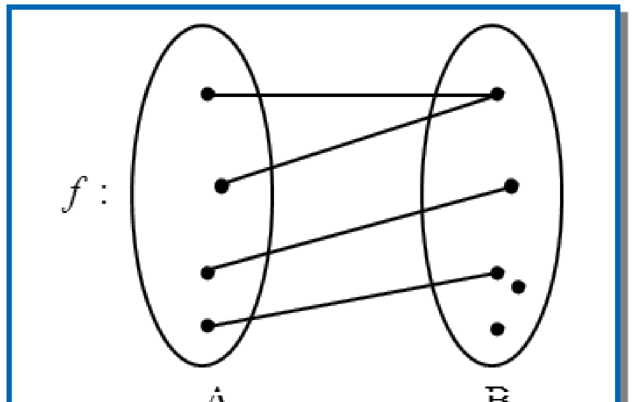
$a = -1,\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$.

შეიძლება განტოლების ამონახსნებზე სინუსის გრაფიკის მიხედვით ვიმსჯელოთ. $f(x)=a$ განტოლების ამოხსნა შეიძლება გრაფიკულად $y=f(x)$ ფუნქციის გრაფიკის $y=a$ წრფესთან გადაკვეთის წერტილების პოვნას დავუკავშიროთ; ამონახსნები გადაკვეთის წერტილების აბსცისებით მოიცემა.

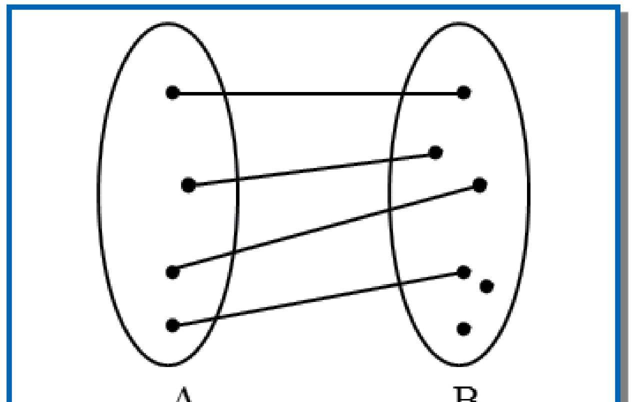
$y=a$ წრფე, როცა $|a|>1$, არ კვეთს $y=\sin x$ ფუნქციის გრაფიკს.

თუ $|a|<1$, მაშინ $y=a$ წრფე $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ შუალედში ერთ წერტილში კვეთს $y=\sin x$ ფუნქციის გრაფიკს (ამ შუალედში სინუსი ზრდადია და ყველა მნიშვნელობას $[-1;1]$ შუალედიდან ერთხელ იღებს). ამ წერტილის აბსცისა არის $\arcsin a$. აქაც, ანალოგიურად ვიხილავთ 2π სიგრძის შუალედს და ვპოულობთ მეორე ამონახსნს, შემდეგ ვწერთ ამონახსნთა სიმრავლეებს. ცალკე განიხილება $a = 1$, $a = -1$ შემთხვევები.

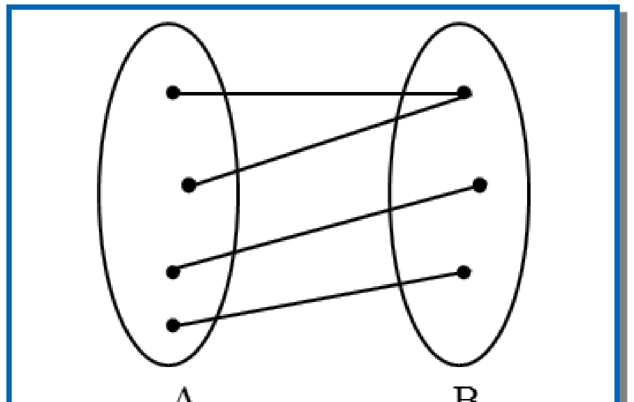
ავტორის ელექტრონული მისამართი:
teimuraz.vepkhvadze@tsu.ge



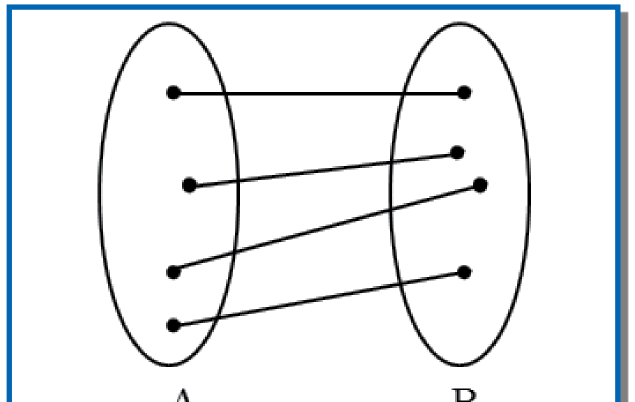
ნახ. 1



ნახ. 2 ინექცია



ნახ. 3 სურექცია



ნახ. 4 ბიექცია

მათემატიკა

პრობლემათა კვლევით, შეცდომათა ანალიზით გავაუმჯობესოთ სწავლების ხარისხი

გურამ გოგიშვილი

ფიზ.-მათ. მეცნიერებათა კანდიდატი,
უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი
საქართველოს საპატრიარქოს
წმიდა ანდრია პირველწოდებულის
სახელობის ქართული
უნივერსიტეტის სასწავლო ცენტრის
ხელმძღვანელი

ამ წერილში განვიხილავთ მხოლოდ რამდენიმე პრობლემას, რომლებიც საშუალო სკოლის პედაგოგებთან მრავალი შეხვედრის, კონსულტაციისა და ტრენინგის დროს გამოიკვეთა; ავხსნით არსებულ პრობლემათა ზოგიერთ მიზეზს; წარმოვადგენთ გარკვეულ მოსაზრებებს, რეკომენდაციებს, რაც, ალბათ, აქტუალური და სასარგებლო იქნება პედაგოგებისთვის, წაადგება საშუალო სკოლაში სწავლების ხარისხის ამაღლებას, სასერტიფიკაციო გამოცდებისთვის მზადებას.

წინასწარ გავიხსენოთ, რომ საშუალო სკოლაში მათემატიკის სწავლების ძირითადი მიზნებიდან უმნიშვნელოვანესია: მოზარდში კვლევის ჩვევის, ანალიზური, ლოგიკური, სისტემური, სიმბოლური, აბსტრაქტული აზროვნების გამომუშავება; მათემატიკური ცოდნის გამოყენების უნარის განვითარება.

ამ უაღრესად რთული პედაგოგიკური ამოცანის გადაწყვეტისას ცენტრალური როლი მასწავლებელს აკისრია. გავიხსენოთ, რომ მას ევალება:

საგანმანათლებლო პროცესის ცენტრში იყოლიოს თითოეული მოსწავლე და იზრუნოს მის მიერ მიღწეული შედეგის გაუმჯობესებაზე.

სწავლებისას ორიენტირებული იყოს არა მხოლოდ მოსწავლისთვის გადაცემული ცოდნის ოდენობაზე, არამედ ცოდნის ხარისხზეც.

გაითვალისწინოს მოსწავლის ფიზიკური და ფსიქოლოგიური შესაძლებლობები და ასაკის შესაბამისი ინტერესები.

სწავლების პროცესში დასმულ ამოცანათა გადაწყვეტის ოპტიმალური ვარიანტის ძიება და მისი რეალიზება წარმართოს მოსწავლეებთან თანამშრომლობით.

სწავლებისას იზრუნოს არა მხოლოდ მოსწავლეებისთვის ინფორმაციის გადაცემაზე, არამედ მათი სათანადო უნარ-ჩვევებისა და დამოკიდებულებების განვითარებაზე.

შეუქმნას მოსწავლეს პირობები იმ უნარ-ჩვევების გასავითარებლადაც, რომლებიც მთელი ცხოვრების მანძილზეა აქტუალური. მოსწავლეთა გარკვეული ნაწილისთვის ეს ნიშნავს საერთაშორისო სტანდარტის განათლების მისაღებად აუცილებელი წინაპირობების შექმნას.

ეს არის არასრული ჩამონათვალი იმ მაღალი მოთხოვნების, რაც საზოგადოებამ წაუყენა მათემატიკის მასწავლებელს. მრავალი მასწავლებელი სავსებით პასუხობს ამ მოთხოვნებს, გამოირჩევა მაღალი პროფესიონალიზმით, საქმისადმი შემოქმედებითი, ნოვატორული მიდგომით. თუმცა, ამჟამად, ზოგიერთი პედაგოგი ვერ ახერხებს თავისი მისიის ჯეროვნად შესრულებას, რასაც მნიშვნელოვნად განაპირობებს არასაკმარისი მუშაობა საკუთარი აკადემიური დონის ასამაღლებლად. ქვემოთ წარმოდგენილი კონკრეტული ხარვეზებიც, ხშირად, ზოგადი სახის ხარვეზებზე მიუთითებს.

გავეცნოთ რამდენიმე ამოცანას და სათანადო ცნებებისა და სიმბოლიკისადმი ზერელე დამოკიდებულების მაგალითებს:

1) შეიძლება თუ არა უსასრულოდ კლებადი გეომეტრიული პროგრესია იყოს: ზრდადი მიმდევრობა, არც ზრდადი და არც კლებადი მიმდევრობა?

ამოცანის განხილვამდე პასუხების უმრავლესობა იყო უარყოფითი.

ვთქვათ, მოცემულია (b_n) უსასრულოდ კლებადი გეომეტრიული პროგრესია, რომლის მნიშვნელია q, $0<q<1$, $b_1<0$. მაშინ, ცხადია, ეს პროგრესია წარმოადგენს ზრდად მიმდევრობას, თუმცა იწოდება “უსასრულოდ კლებად გეომეტრიულ პროგრესიად“. თუ $-1<q<0$, მაშინ პროგრესია არც ზრდადია, არც – კლებადი. ორივე შემთხვევაში $(|b_n|)$ უსასრულოდ კლებადი გეომეტრიული პროგრესიაა.

2) ვთქვათ, f ფუნქცია განსაზღვრულია (a,b) შუალედზე; x_1, x_2 და x_3 ამ შუალედის წერტილებია, $x_1<x_2<x_3$ და $f(x_1)<f(x_2)<f(x_3)$. არის თუ არა ეს ფუნქცია ზრდადი (a,b) შუალედზე?

ზოგიერთი პედაგოგი ივიწყებს, რომ შუალედის სამ კონკრეტულ წერტილში ფუნქციის მნიშვნელობებისთვის მითითებული თანაფარდობების არსებობა არ არის საკმარისი ფუნქციის ზრდადობისთვის. აუცილებელია $f(x_1)<f(x_2)$ თანაფარდობის არსებობა ამ შუალედის წერტილთა ნებისმიერი x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ წყვილისთვის.

3) იპოვეთ $y=x^2$ ფუნქციის კლებადობისა და ზრდადობის შუალედები.

$(-\infty;0]$ შუალედის ნებისმიერი x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ წერტილებისთვის ვღებულობთ $f(x_1)>f(x_2)$. $[0;+\infty)$ შუალედის ნებისმიერი x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ წერტილებისთვის კი ვღებულობთ $f(x_1)<f(x_2)$. ამრიგად, $(-\infty;0]$ და $[0;+\infty)$ შუალედები, შესაბამისად, ამ ფუნქციის კლებადობისა და ზრდადობის შუალედებია.

თუ გავიხსენებთ ფუნქციის ზრდადობისა და კლებადობის ცნებების შინაარსს, მაშინ აღარ იქნება გაუგებარი და მიუღებელი, რომ ერთი და იგივე $(x=0)$ წერტილი ეკუთვნის როგორც ზრდადობის, ასევე კლებადობის შუალედს. შესაბამისად, არასწორია პასუხად $(-\infty;0)$ და $(0;+\infty)$ შუალედების დასახელება.

4) f ფუნქცია განსაზღვრულია $(-\infty;+\infty)$ შუალედზე და ყოველი მთელი n რიცხვისთვის $f(n)=2$. არის თუ არა ეს ფუნქცია პერიოდული?

არ უნდა დავივიწყოთ, რომ ფუნქციის პერიოდულობისთვის არ არის საკმარისი არგუმენტის რაიმე მნიშვნელობებისთვის (თუნდაც უსასრულო სიმრავლისთვის) ფუნქციის სათანადო მნიშვნელობების ტოლობა. დასახელებული f ფუნქცია პერიოდული იქნება პერიოდით l, თუ $l\neq0$ და ნებისმიერი ნამდვილი x რიცხვისთვის $f(x\pm l)=f(x)$.

5) დაასახელეთ საკოორდინატო სიბრტყის $M(x_1;y_1)$ და $N(x_1;y_1)$ წერტილებზე გამავალი წრფის განტოლება.

თუ მოცემულ ორ წერტილზე გამავალი წრფის განტოლებას წარმოვადგენთ ასე: $(x-x_1)/(x_2-x_1)=(y-y_1)/(y_2-y_1)$, მაშინ, ბუნებრივია, რომ დაისვას კითხვა: რა სახისაა განტოლება, როცა $x_2=x_1$? ხშირად პასუხი ასეთი იყო: x_1 არ შეიძლება იყოს x_2-ის ტოლი, რადგან M და N წერტილები განსხვავებულია. აქ ვივიწყებთ, რომ ეს წერტილები ემთხვევა ერთმანეთს, თუ $x_2=x_1$ და $y_2=y_1$. ზოგჯერ კი $x_2=x_1$ ტოლობის შეუძლებლობას იმით „ასაბუთებენ“, რომ ამ შემთხვევაში მოგვიწევს მითითებულ ფორმულაში 0-ზე გაყოფა. აქ ვივიწყებთ იმასაც, რომ როცა $x_2=x_1$, მაშინ და წერტილები ორდინატთა ღერძის პარალელურ წრფეზეა განლაგებული და ასეთი წრფის განტოლებაა $x=x_1$. ანალოგიურად, როცა $y_2=y_1$, მაშინ M და N წერტილებზე გამავალი წრფის განტოლებაა $y=y_1$.

6) შეიძლება თუ არა საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემული ნებისმიერი წრფის განტოლება წარმოვადგინოთ:

$$ax+by+c=0 \qquad (1)$$

სახით,

$$y=kx+b \qquad (2)$$

სახით?

საკოორდინატო სიბრტყეზე მდებარე ნებისმიერი წრფის განტოლება (1) სახით წარმოიდგინება. შეინიშნება, რომ პედაგოგთა ნაწილი ანალოგიურ განტოლებად მიიჩნევს (2) სახის განტოლებასაც, თუმცა ამ სახით წარმოიდგინება განტოლება ნებისმიერი წრფის, რომელიც ორდინატთა ღერძის პარალელური არ არის. (2) სახის განტოლება (1) სახითაც (ზოგადი სახით) შეიძლება წარმოვადგინოთ: $kx+(-1)y+b=0$.

7) რა შემთხვევაში ვამბობთ, რომ $y=f(x)$ არის საკოორდინატო სიბრტყეზე მდებარე რაიმე წირის განტოლება?

ხშირად ვისმენდით ასეთ პასუხს: „ვიტყვით, რომ $y=f(x)$ არის საკოორდინატო სიბრტყეზე მდებარე რაიმე წირის განტოლება, თუ ამ წირის ნებისმიერი წერტილის კოორდინატები აკმაყოფილებს დასახელებულ განტოლებას“. ამ განსაზღვრების მიხედვით კოორდინატთა სათავეზე გამავალი და აბსცისათა ღერძთან 45^0-იანი კუთხის შემქმნელი წრფის წერტილთა ყოველი სიმრავლის განტოლება იქნება $y=x$. ასეთ მცდარ დასკვნამდე მივყავართ წირის განტოლების ცნების განსაზღვრებისადმი ზერელე დამოკიდებულებას – ვივიწყებთ, რომ $y=f(x)$ განტოლებას უნდა აკმაყოფილებდეს მითითებული წირის ნებისმიერი წერტილის კოორდინატები და მხოლოდ ისინი.

8) ვთქვათ, (b_n) გეომეტრიული პროგრესიაა, რომლის მნიშვნელია q. წარმოადგინეთ პროგრესიის პირველი n წევრის ჯამის ფორმულა.

სათანადო ფორმულას –

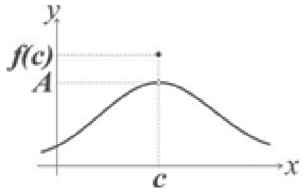
$$S_n=\frac{b_1\left(q^n-1\right)}{q-1} \qquad (3)$$

ხშირად არ ახლავს ხოლმე მითითება: $q\neq1$. თუ დავსვამთ შეკითხვას: რას უდრის S_n, როცა $q=1$? შეიძლება მივიღოთ პასუხი: „q არ შეიძლება იყოს 1-ის ტოლი, რადგან 0-ზე გაყოფა არ შეიძლება“. აქ ვივიწყებთ, რომ (3) ფორმულა სწორედ $q\neq1$ დაშვებითაა მიღებული. $q=1$ შემთხვევაში კი მიიღება ე.წ. მუდმივი მიმდევრობა და მისთვის $S_n=nb_1$.

9) ვთქვათ, (a_n) მიმდევრობაა და a რიცხვისთვის მოიძებნა ისეთი ε რიცხვი, რომ შეუძლებელია რაიმე ნომრიდან დაწყებული მიმდევრობის წევრებისთვის სრულდებოდეს პირობა: $|a_n - a| < \varepsilon$. შეიძლება თუ არა ამ შემთხვევაში მიმდევრობა იყოს კრებადი?

განსაზღვრების თანახმად ეს a რიცხვი არ შეიძლება იყოს მოცემული მიმდევრობის ზღვარი, თუმცა ასეთი მიმდევრობა შეიძლება იყოს კრებადი – მისი ზღვარი იყოს a-სგან განსხვავებული რაიმე რიცხვი.

10) f ფუნქცია მოცემულია გრაფიკულად. აქვს თუ არა მას ზღვარი c წერტილში?



ნახ. 1

ზოგჯერ ვისმენთ ასეთ პასუხს: „არა აქვს ზღვარი, რადგან c წერტილში ფუნქცია არ არის უწყვეტი“. ცხადია, ეს პასუხი არასწორია, რადგან ფუნქციის ზღვარი შეიძლება არსებობდეს იმ წერტილშიც კი, რომელშიც ფუნქცია არ არის განსაზღვრული. მაგალითად, $\frac{\sin x}{x} \to 0$, როცა $x \to 0$. c წერტილში f ფუნქციის ზღვარი არსებობს, ის A–ს ტოლია (და არა $f(c)$ რიცხვის).

11) ვთქვათ, მოსწავლემ ასე „დაამტკიცა“, რომ $-1=1$:

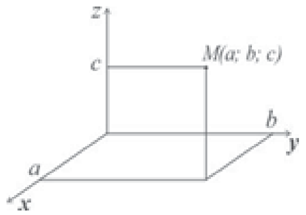
$$-1 = \sqrt[3]{-1} = (-1)^{\frac{1}{3}} = (-1)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-1)^2} = \sqrt[6]{1} = 1.$$

ალმოაჩინეთ შეცდომა ამ მსჯელობაში.

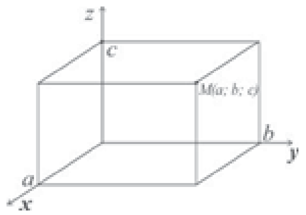
ხშირად, შეცდომის ძიებისას, მითითებები კეთდება სწორ გარდაქმნებზე. აქ მცდარია მხოლოდ $\sqrt[3]{-1} = (-1)^{\frac{1}{3}}$ ტოლობა – წილადმაჩვენებლიანი ხარისხის ფუძე დადებითი უნდა იყოს.

12) საკოორდინატო სივრცეში მოცემულია *M(a;b;c)* წერტილი. თუ არის სწორად მონიშნული ნახ. 2-ზე ამ წერტილის კოორდინატები?

ნახ. 2-ზე a და b კოორდინატები სწორადაა მონიშნული, c – არა. კოორდინატები სწორადაა მონიშნული ნახ. 3 -ზე.



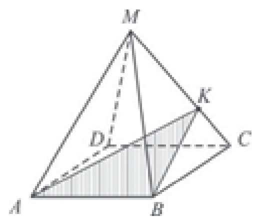
ნახ. 2



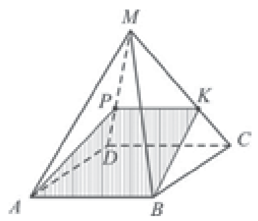
ნახ. 3

13) *MABCD* პირამიდის კვეთა სიბრტყით, რომელიც გადის *AB* წიბოზე და *MC* წიბოს *K* წერტილზე მოსწავლემ წარმოადგინა ნახ. 4-ით. არის თუ არა კვეთა სწორად წარმოდგენილი?

არასწორი ვერსიების განხილვაზე აღარ შევჩერდებით. მოცემულ შემთხვევაში კვეთა წარმოიდგინება ნახ. 5-ით.



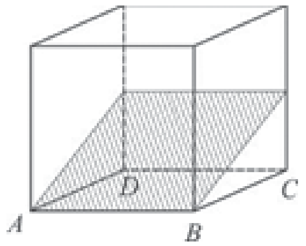
ნახ. 4



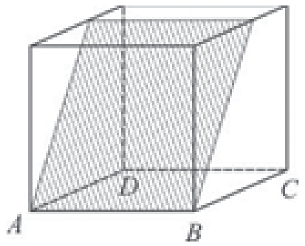
ნახ. 5

14) კუბის *AB* წიბოზე გავლებული მკვეთი სიბრტყე *ABCD* ფუძესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. გამოსახეთ მიღებული კვეთა.

პასუხის წარმოდგენა ნახ. 6-ით, ალბათ, კუბის მოდელებზე არასაკმარისი დაკვირვებითა და მონაცემთა უგულებელყოფით შეიძლება აიხსნას. საძიებელი კვეთა სქემატურად გამოისახება ნახ. 7-ით.



ნახ. 6



ნახ. 7

15) მოცემულია მიმდევრობა (x_n), $x_n = 2 + \frac{1}{n}$. n-ის ზრდისას x_n წერტილები უახლოვდება თუ არა $x = -1$ წერტილს?

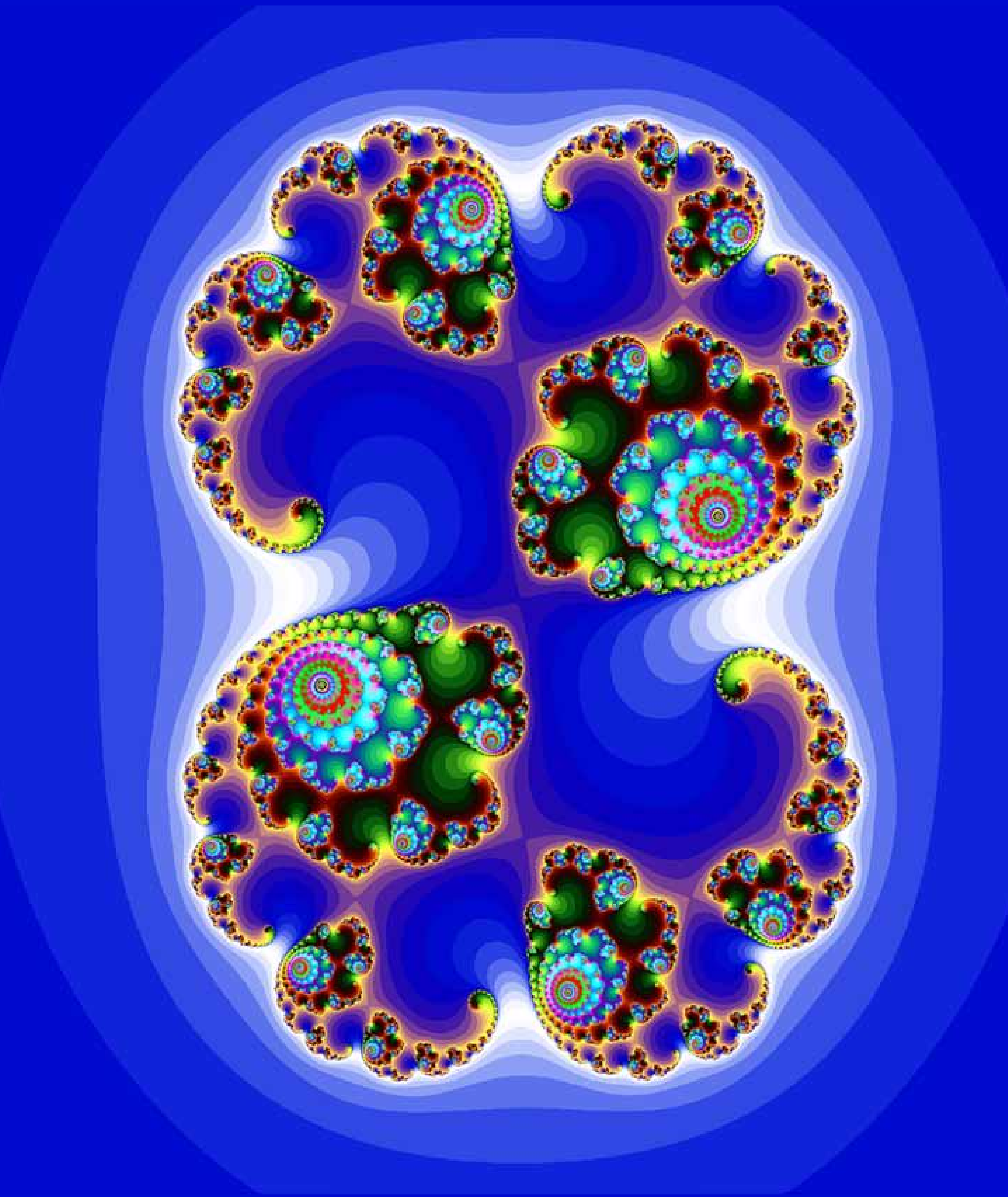
პასუხი მეტწილად ასეთი იყო: „$x=-1$ წერტილს არ უახლოვდება, უახლოვდება $x=2$ წერტილს“. როგორც ჩანს, მიმდევრობის ზღვრის პოვნის სურვილი იმდენად დიდია, რომ ის მოპასუხეს არასწორი პასუხისკენ უბიძგებს. ცხადია, n-ის ზრდისას მიმდევრობის წევრები უახლოვდება $x=-1$ წერტილსაც და $x=2$ წერტილსაც, თუმცა ეს მიახლოებები არსებითად განსხვავდება მიმდევრობის კრებადობის თვალსაზრისით.

16) მოცემულია წინადადება *A*: „თუ ამინდი გაუმჯობესდება, მაშინ ქვეყანაში ტურისტების ოდენობა იმატებს“. ამ წინადადების ეკვივალენტურია თუ არა წინადადება *B*: „თუ ამინდი არ გაუმჯობესდება, მაშინ ქვეყანაში ტურისტების ოდენობა არ იმატებს“.

მიუხედავად იმისა, რომ პედაგოგები იცნობენ ლოგიკის ელემენტებს,ზოგიერთი მათგანი მაინც საკუთარი „საღი აზრის“ მიხედვით მსჯელობს და A-ს ეკვივალენტურად მიიჩნევს B წინადადებას. გავიხსენოთ, რომ კონტრაპოზიციის კანონის თანახმად, წინადადება: „თუ M, მაშინ N“ ეკვივალენტურია წინადადების: „თუ $\overline{N}$, მაშინ $\overline{M}$“ (აქ $\overline{N}$-ით N-ის უარყოფაა აღნიშნული). ამრიგად, A-ს ეკვივალენტური არ არის B.

ზემოთ აღწერილი ყველა კონკრეტული ხარვეზი უფრო ზოგადი სახის ხარვეზების არსებობაზეც მიუთითებს. ამ კონკრეტული ამოცანების ანალიზი, შესაძლოა სხვა – ანალოგიური შეცდომებისაგან დაიცავს პედაგოგს. მასალის კრიტიკული აღქმა, შეცდომათა ანალიზი, პრობლემების კვლევა, ალტერნატიული გზების ძიება არსებითად აუმჯობესებს სწავლებისა და სწავლის ხარისხს, დამოუკიდებელ ფასეულობასაც კი წარმოადგენს.

ავტორის ელექტრონული მისამართი:
guramgog@gmail.com



ჯულიას სიმრავლე - ფრაქტალის კლასიკური მაგალითი.

ფრაქტალი არის გეომეტრიული ობიექტი რომელიც წარმოქმნილია განმეორებადი სტრუქტურით, როგორც წესი, იტერაციის პროცესში.

სწავლისა შუქით განათებული დგას საქართველო სხვა ერთა შორის

ივანე კვიტაშვილი

ვ. კომაროვის თბილისის ფიზიკა-მათემატიკის #199 საჯარო სკოლის დირექტორი.

დიმიტრი არაბიძე

მათემატიკის მასწავლებელი ვ. კომაროვის თბილისის ფიზიკა-მათემატიკის #199 საჯარო სკოლა

ვულოცავთ ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტს 95 წლის იუბილეს და ვუსურვებთ მის ყველა თანამშრომელსა და კურსდამთავრებულს დიდ წარმატებებს. 1989-2005 წლებში „კომაროვის“ სკოლა სწორედ უნივერსიტეტის დაქვემდებარებაში იყო. ჩვენს ალმა-მატერსა („ჩვენს“, იმიტომ ვამბობთ, რომ, პირველ რიგში, უნივერსიტეტი საქართველოს თითოეული მოქალაქის სიამაყეა, მეორე მხრივ, სკოლის პედაგოგების 95% თსუ-ს კურსდამთვრებულია) და მის პროფესორებს დიდი ამაგი აქვთ სკოლის წარმატებებში. უნივერსიტეტის პროფესორები ახლაც აგრძელებენ სკოლის მოსწავლეებისათვის (მომავალი მეცნიერებისთვის) სემინარების ჩატარებას, მათთვის ცოდნის მიცემასა და ეხმარებიან კვლევითი უნარების განვითარებაში.

სკოლის კურსდამთავრებულების უმრავლესობა სწავლას აგრძელებს ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში. უნივერსიტეტის სტუდენტები ჩართულნი არიან სკოლის სხვადასხვა პროექტებში. მათი წვლილი განუზომელია სკოლის საერთაშორისო საოლიმპიადო წარმატებებში.

2013 წლის 18 იანვარს, ვ. კომაროვის თბილისის ფიზიკა-მათემატიკის 199-ე საჯარო სკოლის მოსწავლეებმა ყაზახეთში, ალმაატაში გამართულ მე-9 საერთაშორისო ოლიმპიადაზე ქართული დროშა ააფრიალეს და „კომაროველთა“ მედლების კოლექციას ორი ოქროს, შვიდი ვერცხლისა და სამი ბრინჯაოს მედალი შეჰმატეს. ინფორმაცია ქართველი მოსწავლეების წარმატების შესახებ იმავე დღეს ინტერნეტით გავრცელდა. ახალმა ამბავმა ელვის სისწრაფით შემოუარა თბილისს, მოსწავლეთა ოჯახებს, ახლობლებს, მეგობრებს, მასწავლებლებს, გულშემატკივრებს.

სკოლის გუნდმა პირველი ადგილი დაიკავა და საუკეთესო გუნდის წოდება დაიმსახურა. ოქროს მედლებით დაჯილდოვდნენ მე-11 კლასის მოსწავლე გიორგი სვანაძე (მათემატიკა) და მე-12 კლასის მოსწავლე გელა მაღალთაძე (მათემატიკა); ვერცხლის მედლებით - მე-9 კლასის მოსწავლე გიორგი სხირტლაძე (ინფორმატიკა), მე-11 კლასის მოსწავლეები გიორგი გონაშვილი (მათემატიკა), ნიკა ნადირაძე (ინფორმატიკა), ნიკოლოზ სვანიძე (ინფორმატიკა), მე-12 კლასის მოსწავლეები სერგი ჩალაური (ფიზიკა), სანდრო მალუძე (ფიზიკა) და ჯიმშერ სხირტლაძე (ინფორმატიკა); ბრინჯაოს მედლებით კი - მე-10 კლასის მოსწავლე ზაურ მეშველიანი (მათემატიკა), მე-11 კლასის მოსწავლეები ამირან მელია (მათემატიკა) და გიორგი ცხადაძე (ფიზიკა). გუნდს წინასწარ გააზრებული ჰქონდა ოლიმპიადის მნიშვნელობა, მონაწილეები კარგად მომზადებულები იყვნენ, მაგრამ შედეგი მაინც მოულოდნელი აღმოჩნდა. სკოლის გუნდის მომზადებაში მონაწილეობდნენ: ლაშა ლაკირბაია, მიხეილ მებონია, ნიკა სალია, გიორგი არაბიძე, სანდრო ლომაძე, თეიმურაზ კალატოზი, ნიკოლოზ ჩხაიძე, ვლადიმერ პავერმანი. ნიკა სალია, მიხეილ მებონია, სანდრო ლომაძე და გიორგი არაბიძე ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სტუდენტები არიან.

ჟაუტიკოვის ოლიმპიადა 2005 წლიდან იმართება და მიზნად საუკეთესო ფიზიკა-მათემატიკური სკოლების გამოვლენას ისახავს. ოლიმპიადის მონაწილეთა რაოდენობა ყოველწლიურად იზრდება და უკვე 2013 წელს რეკორდული მაჩვენებელიც დაფიქსირდა. მე-9 ოლიმპიადაზე მონაწილეობა მიიღეს ბულგარეთის, რუმინეთის, რუსეთის, უკრაინის, ბელარუსის, საქართველოს, სომხეთის, აზერბაიჯანის, ტაჯიკეთის, ყაზახეთის, თურქმენეთის, ყირგიზეთის, უზბეკეთის, მონღოლეთის, ინდონეზიის და ინდოეთის სხვადასხვა ქალაქების ფიზიკა-მათემატიკური სკოლების გუნდებმა. თითოეული გუნდი კომპლექტდება მათემატიკა, ფიზიკასა და ინფორმატიკაში წარმატებული მოსწავლეებით და გუნდის წარმატებას თითოეული წევრის წარმატება განაპირობებს.

აღსანიშნავია, რომ ჩვენი სკოლა ზემოაღნიშნულ ოლიპიადაზე მეშვიდე წელია მონაწილეობს. პირველად კომაროვი ამ გამოწვევას 2007 წელს შეეჭიდა, საიდანაც არცთუ ისე წარუმატებლად, ვერცხლის მედლით დაბრუნდა. მომდევნო წლებში ყოფილა ოქროც, ვერცხლებიც, ბრინჯაოებიც, ყოფილა გუნდური წარმატებებიც, თუმცა უკვე დღეს ძველ ოქრო-ვერცხლებზე აღარავინ საუბრობს და ჩემპიონების ოჯახის წევრები, მასწავლებლები, თანაკლასელები, მეგობრები, თუ უბრალოდ ნაცნობები ერთმანეთს მისალმების შემდეგ ამ წარმატების მილოცვით ეგებებიან.

ვულოცავთ მოსწავლეებსა და მათ მასწავლებლებს ამ გამარჯვებას, მათ დაამტკიცეს, რომ ნიჭიერი თაობა მოდის, საკუთარი ესთეტიური ხედვით, მრწამსით, იმით, რომ არ უშინდებიან სიძნელეებს, ბრძოლით აღსავსე გზებს. მთავარია, ჩვენ, უფროსმა თაობამ, მივცეთ მათ შესაძლებლობა წარმოაჩინონ თავიანთი ნიჭი.

კომაროველთა გამარჯვებული გუნდი

გამოცდები კომაროვის სკოლაში

„ჰეი, ვინ მოდის მანდ მომავლიდან?“

გენადი მარგველაშვილი

ანდრია რაზმაძის სახელობის ქალაქ ქუთაისის #41 ფიზიკა-მათემატიკის საჯარო სკოლის დირექტორი

2012 წლის 27 დეკემბერს აკაკი წერეთლის სახელობის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში დოქტორანტმა ლერი ბანცურმა (რომელიც თემის დაცვიდან სამ დღეში 30 წლის გახდა) პროფესორ გიორგი ონიანის ხელმძღვანელობით წარმატებით დაიცვა სადოქტორო დისერტაცია თემაზე: „მრავალი ცვლადის ფუნქციათა დიფერენციალური თვისებების შესახებ“.

გიორგი ონიანი ივანე ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის კურსდამთავრებულია. იგი მათემატიკური ანალიზის კათედრაზე აკადემიკოს ლევან ჟიჟიაშვილის ხელმძღვანელობით იპყრობდა მეცნიერების მწვერვალებს - 25 წლის ასაკში დაიცვა სადოქტორო დისერტაცია ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში, შემდეგ სამეცნიერო და პედაგოგიური მოღვაწეობა აკაკი წერეთლის სახელობის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში განაგრძო. ვსარგებლობ შემთხვევით და მინდა დიდი სიყვარულით მივულოცო ჩვენს დედა უნივერსიტეტს - ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტს - 95 წლის იუბილე. ლერი ბანცური და გიორგი ონიანი ქუთაისის ანდრია რაზმაძის სახელობის ფიზიკა-მათემატიკის სკოლის კურსდამთავრებულნი არიან. სკოლისა, რომელიც ერთ წელიწადში დაარსების 40 წელს აღნიშნავს და რომლის შედეგიანი შრომის ერთ-ერთი დადასტურებაც ზემოთ მოყვანილი ფაქტი გახლავთ.

სასიამოვნოა იმის აღნიშვნა, რომ ორივემ მათემატიკის ხალასი ნიჭის სწორად წარმართვა თავდაპირველად სწორედ ჩვენი სკოლის მათემატიკის საწრეო მეცადინეობებზე დაიწყო. ბატონი გიორგი, მოსწავლეობის პერიოდში მაშინდელი „საერთაშორისო“ ოლიმპიადების (საკავშირო ოლიმპიადების) სამგზის გამარჯვებული, ესტაფეტას გადასცემს მოსწავლეს, რომელიც თავადაც იმარჯვებდა საერთაშორისო ოლიმპიადებზე (ლერი ბანცურმა მოიპოვა ბრინჯაოს მედალი 1999 წ. რუმინეთში, ბუქარესტში გამართულ მოსწავლეთა №40 საერთაშორისო ოლიმპიადაზე).

საბედნიეროდ, დაარსებიდან (1974 წ) დღემდე ჩვენს სკოლას არაერთი წარმატებისთვის მიუღწევია, აღსანიშნავია, რომ მიუხედავად არც თუ ისე დიდი დროისა, სკოლის მრავალი კურსდამთავრებული გახდა მეცნიერებათა დოქტორი თუ პროფესორი, ქვეყნის თვალსაჩინო საზოგადო მოღვაწე, ქველმოქმედი თუ ხელოვანი.

რაც შეეხება საერთაშორისო ოლიმპიადებსა თუ კონფერენციებს - ამ მიმართულებით სკოლას აღებული აქვს ახლა უკვე სამ ათეულამდე სხვადასხვა სინჯის მედალი (მოსწავლეთა საერთაშორისო ოლიმპიადებში მათემატიკაში, ფიზიკაში და ინფორმატიკაში). თითოეული წარმატება ჩვენი სკოლისთვის განსაკუთრებული სიხარულის მომგვრელია, ამიტომ, თქვენი ნებართვით, ყოველ მათგანზე, შემდგომ წერილებში, დაწვრილებით შევჩერდებით, წარმოგიდგენთ რა ამ წარმატების ავტორებს, მათ ამჟამინდელ მოღვაწეობის სფეროს თუ სკოლაში დაგეგმილ საწრეო მუშაობის სპეციფიკას...

სწორედ ამ წრეებზე იწრთობიან გამარჯვებულთა ხასიათები, წარმოიშვება ახალი წარმატების მოლოდინი...

ჩვენ მხოლოდ სულ ბოლო წარმატებებზე შევაჩერებთ თქვენს ყურადღებას:

ინფორმატიკის 2010 წლის ოლიმპიადაზე ტორონტოში (კანადა), აწ უკვე სკოლის კურსდამთავრებულმა ცოტნე ტაბიძემ ოქროს მედალი აიღო და უკან ჩამოიტოვა ჩინეთისა და რუსეთის ნაკრებების ყველა წევრი. ამჯერად ცოტნე მასაჩუსეტსის ტექნოლოგიური უნივერსიტეტის სტუდენტია, კვლავაც წარმატებული, ინარჩუნებს მუდმივ კომუნიკაციას სკოლის ინფორმატიკისა და მათემატიკის კათედრასთან.

უკვე წელს ჟაუტიკოვის სახელობის მეცხრე საერთაშორისო ოლიმპიადიდან (ყაზახეთი) აკაკი მარგველაშვილმა ოქროს (მათემატიკა), ხოლო დავით ჯანჯალიამ ბრინჯაოს (ფიზიკა) მედლები ჩამოიტანეს, ამასთან სკოლა დაჯილდოვდა დიპლომით წარმატებული გუნდური გამოსვლისათვის.

შესაბამისად ზემოთთქმულისა, სკოლა სერიოზულად ემზადება დაარსებიდან 40 წლის იუბილის აღნიშვნისათვის, გეგმავს რა რიგ ღონისძიებებს, მათ შორის სამეცნიერო კონფერენციასაც, რომლის მაღალ მეცნიერულ დონეზე წარმართვაში გვეიმედება, როგორც ქუთაისის წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ასევე ჩვენი დიდი „ალმა მატერი“-ს - ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის თანადგომა.

დავუბრუნდეთ ჩვენს ახალგაზრდა დოქტორს ლერი ბანცურს. იგი ჩვენი სკოლის მათემატიკის წრის წამყვანი პედაგოგია და თავადაც აღფრთოვანებულია იმ შედეგით, რომელიც ახლა უკვე მისმა მოსწავლემ, ჯერ კიდევ მე-7 კლასელმა გიორგი კლდიაშვილმა მიიღო. ეს შედეგი დამტკიცებული აქვს თემაში, რომელმაც რესპუბლიკურ კონფერენციაზე პირველი ხარისხის დიპლომი აიღო. თეორემა ახალი არაა, მაგრამ ელემენტარული მათემატიკით რთულად მტკიცდება.

დაიმახსოვრეთ ეს სახელი - გიორგი კლდიაშვილი.

იგი ჩვენი სკოლის სახელოვანი ტრადიციების გამგრძელებელთა ფერხულში ჩაება.

ვუსურვოთ წარმატება!

მისი და მისნაირების წარმატება კი ქვეყნის გაძლიერებისა და წინსვლის ერთ-ერთი საფუძველია, პასუხია სათაურში გამოტანილ კითხვებზე, რადგან უკვე ვიცით, ვინც მომავლიდან მოვიდა.

დაარსებიდან (1974 წ.) დღემდე ანდრია რაზმაძის სახელობის ქუთაისის №41 ფიზიკა-მათემატიკის საჯარო სკოლას არაერთი წარმატებისთვის მიუღწევია, აღსანიშნავია, რომ მიუხედავად არც თუ ისე დიდი დროისა, სკოლის მრავალი კურსდამთავრებული გახდა მეცნიერებათა დოქტორი თუ პროფესორი, ქვეყნის თვალსაჩინო საზოგადო მოღვაწე, ქველმოქმედი თუ ხელოვანი.

ანდრია რაზმაძის სახელობის ქალაქ ქუთაისის #41 ფიზიკა-მათემატიკის საჯარო სკოლის გუნდი

„წარჩინებიდან წარმატებისაკენ“

ნუგზარ კედელაშვილი

აკადემიკოს ი. ვეკუას სახელობის ფიზიკა-მათემატიკის ქ. თბილისის #42 საჯარო სკოლის დირექტორი

თბილისის ერთ-ერთ ძველ უბანში, სოლოლაკში, ჩაიკოვსკის ქ. №9-ში 1935 წელს აშენდა №34 საშუალო სკოლა. 1963 წლიდან აქ განთავსებულია აკადემიკოს ი. ვეკუას სახელობის ფიზიკა-მათემატიკის ქ. თბილისის №42 საჯარო სკოლა, რომლის სულის ჩამდგმელები და პირველი მასწავლებლები იყვნენ უდიდესი პიროვნებები, როგორებიც არიან: ნინო ვადაჭკორია, ვახტანგ ბერუაშვილი, ანდრეი გამაზოვი, ბორის ხვოლესი და სხვები. სკოლის დაარსებაში მნიშვნელოვანი წვლილი მიუძღვის ბატონ დავით კვესელავას, ი.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორს. ამასთან, ვსარგებლობთ შემთხვევით და ქართული ტრადიციებისა და დემოკრატიული ღირებულებების მქონე უნივერსიტეტს ვულოცავთ დაარსების 95 წლის იუბილეს. ვუსურვებთ კვლავაც მრავალი სახელოვანი მეცნიერი და საზოგადო მოღვაწე აღეზარდოს.

თავისი არსებობის მანძილზე სკოლამ მრავალი ნიჭიერი და წარმატებული ახალგაზრდა აღზარდა. ჩვენი სკოლის კურსდამთავრებულები როგორც საკუთარ ქვეყანაში, ასევე ქვეყნის გარეთაც გამორჩეულნი არიან. ბევრი მათგანი მოღვაწეობს საზღვარგარეთ და საკმაოდ წარმატებულადაც. სკოლის მიზანია, შეინარჩუნოს საუკეთესო ტრადიციები, გააძლიეროს ის ახალი იდეებითა და ინოვაციური მეთოდებით. ზუსტი და საბუნებისმეტყველო საგნების გაძლიერებული სწავლისათვის მოტივირებულ და სათანადო მზაობის მქონე მოსწავლეებს შეუქმნას შესაბამისი სასწავლო გარემო და, საბოლოო ჯამში, უზრუნველყოს, ადგილობრივ თუ საერთაშორისო დონეზე, სამეცნიერო წრეების, შრომის ბაზრისა და ეკონომიკური განვითარების მოთხოვნის შესაფერისი ინტელექტუალური კადრების მომზადება.

განათლების სისტემაში გატარებული რეფორმების შედეგად სკოლას მიეცა საშუალება წარმატებით განეხორციელებინა სტრატეგია, რომლის უმთავრესი მიზანი ზუსტი და საბუნებისმეტყველო დარგების განვითარების ხელშეწყობა და ისეთი თაობის აღზრდაა, რომელიც შეძლებს ინტელექტუალური პოტენციალის გამოვლენას ქვეყნის ეკონომიკური განვითარების პროცესებსა და სამოქალაქო საზოგადოების მშენებლობაში თავისი წვლილის შეტანას.

სკოლა წლების განმავლობაში წარმატებით მონაწილეობს ეროვნულ და საერთაშორისო ოლიმპიადებში; ახალგაზრდა ფიზიკოსთა საერთაშორისო ტურნირებზე. ქვეყნის გუნდი ძირითადად, №42 საჯარო სკოლის მოსწავლეებითაა დაკომპლექტებული. ნაკრების ერთერთი ხელმძღვანელია ჩვენი სკოლის ფიზიკის პედაგოგი თემურ გაჩეჩილაძე. 2012 წლის 21-31 ივლისს გერმანიის ქ. ბად-საულგაუში გამართულ მორიგ XXV საერთაშორისო ტურნირზე ნაკრებმა მესამე ადგილი და ბრინჯაოს მედლები მოიპოვა.

2012 წლის 14-21 იანვარს შვიდი მოსწავლისაგან შემდგარი სკოლის გუნდი, მონაწილეობდა ქ. ალმა-ატაში გამართულ ჟაუტიკოვის სახელობის მე-8 საერთაშორისო ოლიმპიადაზე. ალმა-ატაში ვერცხლისა და ბრინჯაოს მედლები მოვიპოვეთ (გამარჯვებული მოსწავლეები: საბა ხარაბაძე და თორნიკე მანძულაშვილი). 2013 წლის 12-19 იანვარს გამართულ ამავე ოლიმპიადაზე თორნიკე მანძულაშვილმა ინფორმატიკაში ოქროს მედალი მოიპოვა.

განათლებისა და მეცნიერების სამინისტრომ ეროვნულ სასწავლო ოლიმპიადებში მიღწეული წარმატებისათვის სკოლა სამჯერ დააჯილდოვა ფულადი პრემიით. საატესტატო გამოცდებში, საუკეთესო შედეგების მიხედვით, საქართველოს წარმატებულ სკოლათა რიგებში ვართ.

უკანასკნელი მონაცემებით, სკოლის კურსდამთავრებულთა 100%-იანი გრანტით ჩარიცხულ მოსწავლეთა რაოდენობა 51%-ს შეადგენს, დანარჩენები კი 70-50%-იანი გრანტის მფლობელები არიან.

სკოლას კარგად აქვს გაცნობიერებული პარტნიორული ურთიერთთანამშრომლობის მნიშვნელობა საქართველოში არსებულ მსგავსი პროფილის სამეცნიერო დაწესებულებებს შორის, სწორედ ასეთი კავშირებია სკოლის მოსწავლეებისთვის სარგებლობის მომტანი (ახალგაზრდებისთვის შეიქმნას შრომის ბაზრის მოთხოვნების შესაბამისი საგანმანათლებლო გარემო, მოხდეს სასკოლო სასწავლო პროგრამების ჰარმონიზაცია, მოსწავლეთა შეფასების სისტემის გაუმჯობესება, პედაგოგთა პროფესიული და სხვადასხვა მიმართულების განვითარება, რომლებიც უზრუნველყოფს სწავლების ხარისხის ზრდას). ზემოთ აღნიშნულიდან გამომდინარე, სკოლამ შეიმუშავა სტანდარტზედა მომსახურების პროგრამა, რომლის ფარგლებშიც მოზარდი თაობა თავისი მოთხოვნილებების შესაბამისად გადის: კონფლიქტოლოგიის, მენეჯმენტის, ჟურნალისტიკის, ელექტრონული კვანძების, ბუღალტერიის, კომპიუტერული გრაფიკისა და ლოგიკის კურსებს, რომელთა წარმატებით გავლის შემთხვევაში მსმენელი მიიღებს სერტიფიკატს.

2012 წლის 2 თებერვალს სკოლა საქართველოს საბიბლიოთეკო ასოციაციის წევრი გახდა. შევიძინეთ საბიბლიოთეკო პროგრამა „Openbiblio“, რომელიც განკუთვნილია სასკოლო, საუნივერსიტეტო,საეკლესიო ასოციაციებისა და ორგანიზაციების ბიბლიოთეკებისათვის, მასში შესაძლებელია 60000-მდე ბიბლიოგრაფიული ჩანაწერის გაკეთება და მართვა.

2011-2012 სასწავლო წლიდან სკოლაში ფუნქციონირებს სტაჟირების პროგრამა სხვადასხვა სამუშაო პოზიციაზე: ბიბლიოთეკა, ბუღალტერია, საზოგადოებასთან ურთიერთობა (PR), საქმის წარმოება, უსაფრთხო სკოლის მონიტორინგი, მატერიალურ-ტექნიკური უზრუნველყოფა. წარმატებულ სტაჟიორებს შესაბამისი სერტიფიკატები გადაეცემათ.

სკოლის სტრატეგიის მნიშვნელოვანი ნაწილი უჭირავს სამოქალაქო საზოგადოების განვითარების ხელშეწყობას. სწორედ ამ მიზნით, 2009 წლიდან მოყოლებული, მნიშვნელოვანი ნაბიჯები გადაიდგა: ამოქმედდა პროგრამების კოორდინატორის პროგრამა, საერთაშორისო ორგანიზაციების პარტნიორობით გაიხსნა მათივე დასახელების საინფორმაციო კუთხეები. გამოიყო მოსწავლეთა ფონდი პროექტული სწავლებისა და საპროექტო ცნობიერების ამაღლების ხელშეწყობისათვის.

სკოლა ჩართულია სამოქალაქო განათლებისა და პედაგოგთა გადამზადების პროგრამაში PH–international (დაფინანსებულია USAID-ის მიერ). მოსწავლეთა სამოქალაქო კლუბმა აღნიშნული პროგრამის მცირე საგრანტო კონკურსის ფარგლებში მოიპოვა ორი გრანტი პროექტებისათვის: „ხელი-ხელს“ და „წიგნიერება ქველმოქმედებისათვის“, ასევე დაფინანსდა მრავალი ინიციატივა. ყოველივე ზემოთ აღნიშნულის საფუძველზე, ჩვენი სკოლის ბაზაზე შეიქმნა და ამავე დასახელების საერთაშორისო ორგანიზაციაში (OBSU) გაწევრიანდა საქართველოს სკოლის მოსწავლეთა თვითმმართველობების გაერთიანების ალიანსი.

უნდა აღინიშნოს, რომ ყველა ზემოთ ჩამოთვლილი სიახლე დაკავშირებულია ბატონ ალუდა გოგლიჩიძესთან, რომელიც 2007-2012 წლებში ხელმძღვანელობდა აკადემიკოს ილია ვეკუას სახელობის ფიზიკა-მათემატიკის ქ. თბილისის №42 საჯარო სკოლას. მისი უშუალო ხელმძღვანელობითა და და დახმარებით დაინერგა სკოლაში არაერთი ინოვაცია.

სკოლა, რა თქმა უნდა, მიღწეულით არ კმაყოფილდება. ვიცით სად ვდგევართ და საით მივდივართ. ვართ მოტივირებულნი და ვიღებთ ახალ გამოწვევებს.

nugzari@vekua42.edu.ge

ნორჩი ქართველი მათემატიკოსები საერთაშორისო ოლიმპიადებში

გიორგი ჭელიძე

ასისტენტ პროფესორი ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

გივი ნადიბაიძე

ასისტენტ-პროფესორი ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

უკვე თითქმის ორი ათეული წელია, რაც ნორჩი ქართველი მათემატიკოსები მონაწილეობენ საერთაშორისო მათემატიკურ ოლიმპიადებში, რომელშიც ერთმანეთს ეჯიბრება ასზე მეტი ქვეყანა და რომელთაც პრესტიჟის საქმედ გაუხდიათ ოლიმპიადაზე წარმატების მიღწევა.

2010 წელს საერთაშორისო ოლიმპიადა სასკოლო მათემატიკაში ჩატარდა ქ. ასტანაში (ყაზახეთი) ივლისის თვეში, სადაც საქართველოს გუნდი მონაწილეობდა პროფესორ ლერი გოგოლაძის ხელმძღვანელობით. ოლიმპიადიდან საქართველოს გუნდი დაბრუნდა ორი ვერცხლის, ორი ბრინჯაოს მედლით და ორიც სიგელით.

ასპარეზობაში მონაწილე გუნდები 6-6 მოსწავლისაგან შედგებოდა; როგორც ვხედავთ, არც ერთი ქართველი ჭაბუკი დაუჯილდოებელი არ დარჩენილა; ვერცხლის მედლების მფლობელები გახდნენ ლაშა ლაკერბაია და ლაშა ფერაძე (ორივე ვ. კომაროვის თბილისის ფიზიკა-მათემატიკის 199–ე საჯარო სკოლის XII კლასელი); "ბრინჯაო" დაიმსახურეს ცოტნე ტაბიძემ (ქუთაისის ფიზიკა-მათემატიკის სკოლის XI კლასელი) და გიგა გუმბერიძემ (ვ. კომაროვის თბილისის ფიზიკა-მათემატიკის 199–ე საჯარო სკოლის XI კლასელი); სიგელები ხვდათ გიორგი გიგლემიანსა (თბილისის ილია ვეკუას სახელობის ფიზიკა-მათემატიკის სკოლა, XI კლასელი) და ნოდარ ამბროლაძეს (ქუთაისის ფიზიკა-მათემატიკის სკოლა, XII კლასელი).

საქართველოს ოლიმპიური ნაკრების ფორმირება მოხდა ერთობ შრომატევადი სამუშაოს შედეგად. ჩატარდა მკაცრად რეგლამენტირებული 4-ტურიანი წერითი გამოცდები. წერებში მონაწილეობას იღებდა რესპუბლიკური სასკოლო მათემატიკური ოლიმპიადის დასკვნითი ტურის შედეგებზე დაყრდნობით გამოვლენილი ნაკრების 15 საუკეთესო კანდიდატი. შესარჩევი წერების საფუძველზე გამოიკვეთა 6-მოსწავლიანი ნაკრები.

ეროვნული ოლიმპიური ნაკრების დაკომპლექტების შემდეგ ერთთვიანი საწვრთნელი შეკრება ჩატარდა კომაროვის სკოლის ტერიტორიაზე ყოველდღიური 6-საათიანი მეცადინეობებით, საერთაშორისო ოლიმპიადის პირობების გათვალისწინებით. შემდეგ შუალედურად, ივნისში, ეროვნულმა სამეცნიერო ფონდმა უზრუნველყო ნაკრების წევრების ერთკვირიანი დასვენება წყნეთში.

მოსწავლეთა მომზადებაში ასევე დაგვეხმარნენ ასოცირებული პროფესორი ქეთევან შავგულიძე და ყოფილი "ოლიმპიელები" გიორგი არაბიძე, ირაკლი ჩიტაია და სანდრო ლომაძე.

საერთაშორისო ოლიმპიადას ხელმძღვანელობდა ჟიური, რომლის წევრები არიან სხვადასხვა ქვეყნების წარმომადგენლები. ჟიურის შეკრება ჩატარდა ქ. ალმაათაში, სადაც ჟიურის სხდომებზე რამდენიმე ათეული ამოცანიდან შეირჩა 6 ამოცანა, რომლებიც გადანაწილდა 3–3 ამოცანად და მიეცათ მოსწავლეებს ორ ტურად, ზედიზედ ორ დღეს. თითოეული ამოცანა ფასდებოდა მაქსიმუმ 7 ქულით. წერები, როგორც ზემოთ მოგახსენეთ, ჩატარდა ქ. ასტანაში. წერების შემდეგ ბავშვები ორი დღე ელოდნენ გასწორება-შეფასების შედეგებს. ჟიურის წევრები კოორდინატორებთან ერთად ახდენდნენ ნაწერების შეფასებასა და შედეგების შეჯერებას. ქვემოთ მოყვანილია შედეგები, რომლებიც ჩვენმა მოსწავლეებმა დაიმსახურეს:

გვარი და სახელი	ა.1	ა.2	ა.3	ა.4	ა.5	ა.6	ჯამი
ლაკირბაია ლაშა	7	7	2	7	0	0	23
ფერაძე ლაშა	7	7	0	7	0	0	21
გუმბერიძე გიგა	5	7	0	7	0	0	19
ტაბიძე ცოტნე	7	7	0	3	0	0	17
გიგლემიანი გიორგი	7	1	0	3	0	0	11
ამბროლაძე ნოდარი	7	0	0	3	0	0	10

აქვე მოვიყვანთ იმ ამოცანებს, რომლებიც მიეცათ მოსწავლეებს წერებზე:

ოთხშაბათი, 7 ივლისი, 2010

ამოცანა 1. იპოვეთ ყველა ისეთი $f: R \to R$ ფუნქცია, რომლისთვისაც

$$f\left(\left[x\right]y\right)=f\left(x\right)\left[f\left(y\right)\right]$$

ტოლობა სრულდება ყოველი $x,\ y \in R$ რიცხვებისთვის. (აქ $[z]$ აღნიშნავს უდიდეს მთელ რიცხვს, რომელიც ნაკლებია ან ტოლი z-ის.)

ამოცანა 2. ვთქვათ, I არის ABC სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრი, ხოლო Γ კი ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირი. ვთქვათ, AI წრფე კიდევ ერთხელ კვეთს Γ წრეწირს D წერტილში. ვთქვათ, E წერტილი აღებულია BDC რკალზე, ხოლო F წერტილი BC გვერდზე ისე, რომ

$$\angle BAF=\angle CAE<\frac{1}{2}\angle BAC\cdot$$

და ბოლოს, ვთქვათ, G არის IF მონაკვეთის შუა წერტილი. დაამტკიცეთ, რომ DG და EI წრფეების გადაკვეთის წერტილი მდებარეობს Γ წრეწირზე.

ამოცანა 3. ვთქვათ, N არის ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე. იპოვეთ ყველა ისეთი $g: N \to N$ ფუნქცია, რომ

$$\left(g\left(m\right)+n\right)\left(m+g(n)\right)$$

იყოს სრული კვადრატი ყოველი $m,\ n \in N$ რიცხვებისათვის.

სამუშაო დრო: 4 სთ და 30 წთ.

ხუთშაბათი, 8 ივლისი, 2010

ამოცანა 4. ვთქვათ, P წერტილი მდებარეობს ABC სამკუთხედის შიგნით.

AP, BP და CP წრფეები ABC სამკუთხედზე შემოხაზულ Γ წრეწირს კიდევ ერთხელ კვეთენ, შესაბამისად, K, L და M წერტილებში. Γ წრეწირისადმი C წერტილში გავლებული მხები AB წრფეს კვეთს S წერტილში. ვთქვათ, $SC = SP$. დაამტკიცეთ, რომ $MK = ML$.

ამოცანა 5. მოცემულია ექვსი ყუთი $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$. თითოეულ მათგანში თავდაპირველად არის თითო მონეტა. ნებადართულია შემდეგი ორი ტიპის ოპერაცია:

ტიპი 1: ვირჩევთ ნებისმიერ არაცარიელ B_j, სადაც $1 \le j \le 5$ ყუთს და მისგან ამოვაგდებთ ერთ მონეტას, ხოლო B_{j-1} ყუთში ვამატებთ ორ მონეტას.

ტიპი 2: ვირჩევთ ნებისმიერ არაცარიელ B_k, სადაც $1 \le j \le 4$ ყუთს, მისგან ამოვაგდებთ ერთ მონეტას და ვუცვლით ადგილებს B_{k+1} და B_{k+2} ყუთების (შესაძლოა ცარიელის) შიგთავსებს.

არსებობს თუ არა ოპერაციათა ისეთი სასრული მიმდევრობა, რომლის შედეგად B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 ყუთები აღმოჩნდება ცარიელი, ხოლო B_6 ყუთში იქნება ზუსტად $2010^{2010^{2010}}$. (განსაზღვრების თანახმად $a^{b^c} = a^{\left(b^c\right)}$).

ამოცანა 6. ვთქვათ a_1, a_2, a_3,... არის დადებითი ნამდვილი რიცხვების მიმდევრობა. ვთქვათ, არსებობს ისეთი ნატურალური რიცხვი s, რომ

$$a_n = \max \{a_k + a_{n-k} \mid 1 \le k \le n-1\}$$

ტოლობა სრულდება ყოველი $n > s$ ნატურალური რიცხვისთვის.

დაამტკიცეთ, რომ იარსებებს ისეთი ნატურალური რიცხვები l და N, სადაც $l \le s$, რომ $a_n = a_1 + a_{n-1}$ ტოლობა შესრულდება ყოველი $n \ge N$ ნატურალური რიცხვებისთვის.

სამუშაო დრო: 4 სთ და 30 წთ.

საერთაშორისო ოლიმპიადიდან დაბრუნებულ ვერცხლის მედალოსნებს 3-3 ათასიანი ლარი ფულადი პრემია გადაეცათ, ბრინჯაოსნებს – 2-2 ათასი, სიგელოსნებს კი – ძვირფასი წიგნების კოლექციები.

ეს ფაქტი პროფესორმა თამაზ ებანოიძემ ასე აღწერა:

„ათასად კაცი დაფასდა, ათი ათასად – ზრდილობა“,
სამ-სამ და ორ-ორ ათასად – თქვენი ჭკუამახვილობა...

2011 წელს საერთაშორისო ოლიმპიადა სასკოლო მათემატიკაში ჩატარდა ქალაქ ამსტერდამში, საიდანაც საქართველოს ნაკრები გუნდი დაბრუნდა ორი ბრინჯაოს მედლით და ორიც სიგელით. ბრინჯაოს მედლები დაიმსახურეს აკაკი მარგველაშვილმა (ქუთაისის ფიზიკა-მათემატიკის სკოლა) და გიორგი გიგლემიანმა (თბილისის ილია ვეკუას სახელობის ფიზიკა-მათემატიკის სკოლა), ხოლო საპატიო სიგელებით დაბრუნდნენ გელა მაღალთაძე და გიგა გუმბერიძე (ორივე ვ. კომაროვის თბილისის ფიზიკა-მათემატიკის 199-ე საჯარო სკოლა).

2012 წელს კი ოლიმპიადა ჩატარდა არგენტინის ქალაქ მარ დელ პლატაში, საიდანაც ბრინჯაოს მედლით დაბრუნდა გიორგი გონაშვილი (ვ. კომაროვის თბილისის ფიზიკა-მათემატიკის 199-ე საჯარო სკოლა), ხოლო საპატიო სიგელები დაიმსახურეს გელა მაღალთაძემ (ვ. კომაროვის თბილისის ფიზიკა-მათემატიკის 199-ე საჯარო სკოლა), თორნიკე მანძულაშვილმა (თბილისის ილია ვეკუას სახელობის ფიზიკა-მათემატიკის სკოლა) და აკაკი მარგველაშვილმა (ქუთაისის ფიზიკა-მათემატიკის სკოლა).

ვუსურვოთ შემდგომი წარმატებები ნორჩ ქართველ მათემატიკოსებს.

ახლა ორიოდე სიტყვით მოგახსენებთ სტუდენტური ოლიმპიადების შესახებ. სტუდენტური თვითმმართველობის ინიციატივით ბოლო ორი წელია ტარდება სტუდენტური ოლიმპიადები კალკულუსში. ჩვენ სტუდენტებს ვეხმარებოდით ამოცანების შედგენით და ნაშრომების გასწორებით, ხოლო ოლიმპიადების ორგანიზებასა და წერების მიმდინარეობის პროცესს თვითმმართველობის წარმომადგენლები აკონტროლებდნენ. ასეთივე ოლიმპიადის ორგანიზებაში დავეხმარეთ ეკონომიკის ფაკულტეტის სტუდენტებს. ქვემოთ მოყვანილია

შეთავაზებული ბილეთების ნიმუშები:

I ტური ა)

1. იპოვეთ a და b რიცხვები, რომლებისთვისაც ადგილი ექნება ტოლობას:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x+1} - ax - b\right) = 0.$$

2. $f(x) = x^2$ ფუნქციის გრაფიკისადმი გავლებულია სამი მხები წრფე, რომლებიც წყვილწყვილად იკვეთებიან წერტილებში, რომელთა აბსცისებია შესაბამისად a, b და c. იპოვეთ მხები წრფეების გრაფიკთან შეხების წერტილების აბსცისები.

3. ამოხსენით უტოლობა:

$$\max\left\{|x|-1, x^2-1\right\} \le \min\left\{x^2-1, 1-|x|\right\}.$$

4. იპოვეთ a პარამეტრის ყველა ის მნიშვნელობა, რომლისთვისაც

$$x\ln x = a$$

განტოლებას არა აქვს ამონახსნი.

5. ვთქვათ, $f : R \to R$ არის ისეთი ფუნქცია, რომ ყოველი ნამდვილი x რიცხვისთვის $f(f(x)) = 2^x - 1$. გამოთვალეთ $f(0) + f(1)$.

I ტური ბ)

1. ვთქვათ მოცემულია $f : R \to R$ უწყვეტი ფუნქცია. დაამტკიცეთ, რომ, თუ $f(x) = x$ განტოლებას არ აქვს ამონახსნი, მაშინ $f(f(x)) = x$ განტოლებასაც არ ექნება ამონახსნი.

2. მოცემულია $\overline{B}((1,-1,0,2),3)$ და $\overline{B}((3,0,\sqrt{2},5),1)$ ჩაკეტილი ბირთვები. ვთქვათ $M(x_1, x_2, x_3, x_4)$ არის მათი საერთო წერტილი. იპოვეთ $M(x_1, x_2, x_3, x_4)$ წერტილი და გამოთვალეთ $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, თუ

$$f(x_1 + x_2, \frac{x_2}{x_1}) = x_1^2 - x_2^2.$$

3. ვთქვათ მოცემულია $f : R \to R$ და $g : R \to R$ უწყვეტი ფუნქციები და ორივე პერიოდული ფუნქციაა პერიოდით 1. დაამტკიცეთ, რომ არსებობს x_1 და x_2 რიცხვები $[0; 1)$ შუალედიდან ისეთი, რომ შესრულდება ტოლობა:

$$f(x_1)\, g(x_2) = f(x_2)\, g(x_1).$$

4. მოცემულია ნამდვილ რიცხვთა $(x_n)_{n\ge 1}$ მიმდევრობა ისეთი, რომ $x_1 > 1$ და ყოველი n ნატურალური რიცხვისთვის სრულდება $x_1 + x_2 + \ldots + x_{n+1} - x_1 x_2 \ldots x_{n+1}$. იპოვეთ $(x_n)_{n\ge 1}$ მიმდევრობის ზღვარი.

5. ვთქვათ მოცემულია $f : [0, 1] \to R$ წარმოებადი ფუნქცია ისეთი, რომ $f(0) = f(1) = 0$ და $|f'(x)| \le 1$ ყოველი $x \in [0; 1]$. დაამტკიცეთ, რომ

$$\left|\int_0^1 f(t)\,dt\right| \le \frac{1}{4}$$

II ტური ა)

1. აქვს თუ არა ამონახსნი განტოლებას? (პასუხი დაასაბუთეთ).

$$2^{x^2-x}=3\sin x.$$

2. $f(x) = x^2$ ფუნქციის გრაფიკისადმი გავლებულია ორი ურთიერთპერპენდიკულარული მხები წრფე, რომელთა გადაკვეთის M წერტილიდან y ღერძამდე მანძილი არის a-ს ტოლი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან კოორდინატთა სათავემდე.

3. ვთქვათ, $f: R \to R$ არის ფუნქცია, რომელიც არ არის მუდმივი და აქვს თვისება: $|f(x) - f(y)| \le |\sin x - \sin y|$ ყოველი $x, y \in R$ ნამდვილი რიცხვებისათვის. დაამტკიცეთ, რომ f არის შემოსაზღვრული პერიოდული ფუნქცია.

4. მოცემულია $a_0, a_1, \dots, a_n, \dots$ დადებითი რიცხვების მიმდევრობა, რომლისთვისაც გვაქვს: $(a_{k-1}-a_k)(a_k-a_{k-1})$ ყოველი $k \ge 1$ ნატურალური რიცხვისთვის. დაამტკიცეთ, რომ $(a_k)_{k>1}$ მიმდევრობა კრებადია და იპოვეთ მისი ზღვარი.

5. იპოვეთ ყველა ისეთი $f: [0; +\infty) \to [0; +\infty)$ ფუნქცია, რომელსაც აქვს თვისება:
$f(0) = 0$ და $f'(x^2) = f(x)$ ყოველი $x \in [0; +\infty)$ ნამდვილი რიცხვისთვის.

II ტური ბ)

1. გამოთვალეთ ზღვარი:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\dots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$$

2. დაამტკიცეთ, რომ, თუ $[a; b]$ სეგმენტზე განსაზღვრული უწყვეტი ფუნქციის გრაფიკი სიმეტრიულია $x=\frac{a+b}{2}$ წრფის მიმართ, მაშინ $\int_a^b f(x)dx = 2\int_a^{\frac{a+b}{2}} f(x)dx$

3. გამოთვალეთ: $\int \max(1, x^2)dx$

4. მოცემულია $f: R \to R$ ფუნქცია ისეთი, რომ ყოველი $x, y \in R$ ნამდვილი რიცხვებისათვის სრულდება $|f(x+y) - f(x) - f(y)| < 1$. დაამტკიცეთ, რომ

$$\left|f\left(\frac{x}{2012}\right)-\frac{f(x)}{2012}\right|<1$$

5. ვთქვათ მოცემულია $f: [0; +\infty) \to R$ უწყვეტი ფუნქცია ისეთი, რომ

$$\int_0^n f(x)f(n-x)dx = \int_0^n \left(f(x)\right)^2 dx$$

ყოველი n ნატურალური რიცხვისთვის.

დაამტკიცეთ, რომ $f(x+1) = f(x)$ როცა $x \ge 0$.

ავტორების ელექტრონული მისამართები:
giorgi.chelidze@tsu.ge; givi.nadibaidze@tsu.ge

ამოცანები

ამოცანა 1.

$x_1, x_2, \dots, x_n (n \ge 2)$ რიცხვები ღებულობენ მნიშვნელობებს $[-1, 1]$ სეგმენტიდან. იპოვეთ

$$E=\left|x_1-\frac{x_2+\dots+x_n}{n}\right|+\dots+\left|x_n-\frac{x_1+\dots+x_{n-1}}{n}\right|$$

გამოსახულების უდიდესი მნიშვნელობა

ამოცანა 2.

ააგეთ ორი პერიოდული f და g ფუნქცია, რომელთაც გააჩნიათ თვისება: f ფუნქციის ნებისმიერი T_1 პერიოდის და g ფუნქციის ნებისმიერი T_2 პერიოდის ფარდობა ირაციონალური რიცხვია და ა) $f+g$ პერიოდულია; ბ) $f+g$ არ არის პერიოდული.

ამოცანა 3.

ბექა ამბობს, რომ ლუკა უარყოფს, რომ ნინო ამტკიცებს, რომ თეა იტყუება. დაუშვათ, რომ თითოეული ამბობს სიმართლეს ალბათობით $\frac{1}{3}$ ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად. რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ თეა ამბობს სიმართლეს.

ამოცანა 4.

ვთქვათ m და n ნატურალური რიცხვებია, ამასთანავე, $n\sqrt{23}-m>0$. აჩვენეთ, რომ $n\sqrt{23}-m>\frac{2}{m}$.

ამოცანა 5.

წრეწირში ჩახაზულია ABC წესიერი სამკუთხედი. P წერტილი მდებარეობს წრეწირზე. აჩვენეთ, რომ სიდიდე $PA^4 + PB^4 + PC^4$ არაა დამოკიდებული P წერტილის მდებარეობაზე.

დაპროგრამების ოლიმპიადები

„ჯეოლიმპი“

დღესდღეობით მსოფლიოს მასშტაბით მრავალი ინტელექტუალური შეჯიბრება ტარდება. მათ შორის პრესტიჟული ადგილი უკავია ოლიმპიადებს დაპროგრამებაში. ახალგაზრდა პროგრამისტები ხშირად ოლიმპიადებში მონაწილეობის ინტერესს კარგავენ, რადგან საერთაშორისო დონე საკმაოდ მაღალია და ვერ აღწევენ მათთვის მისაღებ შედეგებს. 2010 წელს თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის სტუდენტებისა და კურსდამთავრებულების ჯგუფმა (დავით რაჭველიშვილი, გიორგი ლეკვეიშვილი, ელდარ ბოგდანოვი, ელენე ლაცოშვილი, ანდრეი ლუცენკო, გიორგი საღინაძე და სხვა) გადაწყვიტა ქართველი ახალბედა პროგრამისტებისთვის შეეთავაზებინა ისეთი შეჯიბრი, რომელიც მათ თავიანთი შესაძლებლობების სრულად გამოვლენის საშუალებას მისცემდა და ხელს შეუწყობდა მათ პროფესიულ ზრდას. ასე ჩამოყალიბდა „ჯეოლიმპი“.

„ჯეოლიმპი“ არის პირველი ონლაინ ოლიმპიადა, რომლის პირობებიც მთლიანად ქართულ ენაზეა, რაც ძალიან მნიშვნელოვანია, რადგან ენობრივი ბარიერი ხშირად სერიოზული დაბრკოლებაა ქართველი მოსწავლეებისა თუ სტუდენტებისთვის. სასწავლო დაწესებულების მიერ ინიციატივის გამოჩენის შემთხვევაში შესაძლებელია „ჯეოლიმპის“ დასწრებული რაუნდის ჩატარება, სადაც ორგანიზატორები გამარჯვებულებს სხვადასხვა სიმბოლური პრიზებით ასაჩუქრებენ, რაც დამატებითი სტიმულია ახალგაზრდა პროგრამისტებისათვის. სერიის ბოლოს ყოველთვის ტარდება ფინალური რაუნდი, სადაც სპონსორების დახმარებით საკმაოდ სოლიდური პრიზებია დაწესებული.

მიმდინარე წელს „ჯეოლიმპის“ სერია უკვე მეოთხედ ტარდება. ჯამში უკვე ჩატარდა 24 შეჯიბრი, საიტზე დარეგისტრირებულია 800-მდე მონაწილე, ხოლო თითოეულ რაუნდზე საშუალოდ 100 მონაწილე ფიქსირდება, რომელთა რაოდენობა ყოველ მომდევნო სერიაში იზრდება. საიტზე განთავსებულია არქივი, რომელიც მოიცავს უკვე ჩატარებული შეჯიბრების ამოცანებს და მათ გარჩევებს. ასევე მოქმედებს ფორუმი და Facebook -ის გვერდი, სადაც მონაწილეებს შეუძლიათ იმსჯელონ ამოცანებზე და ერთმანეთს გაუზიარონ გამოცდილება.

მარცხნიდან მარჯვნივ: ელდარ ბოგდანოვი, თსუ გუნდების მწვრთნელი, ნიკა გაბისონია და ანდრეი ლუცენკო, ჯეოლიმპის 2012 წლის ფინალი

უნდა ითქვას, რომ თსუ სტუდენტები ყოველთვის მოწინავე პოზიციებს იკავებენ „ჯეოლიმპის“ შეჯიბრებზე და არა მხოლოდ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის უდიდესი წარმატება იყო 2009 წლის ACM/ICPC მსოფლიო ჩემპიონატის ფინალში ნიკოლოზ ჯიმშელეიშვილის, ელდარ ბოგდანოვისა და გიორგი ლეკვეიშვილის შემადგენლობით მოპოვებული ბრინჯაოს მედალი.

სამხრეთ კავკასიის ღია ჩემპიონატი 2012

2 დეკემბერს თბილისში, ტაშკენტში, ბარნაულსა და სანკტ-პეტერბურგში პარალელურად ჩატარდა უმაღლეს სასწავლებელთა შორის მსოფლიო ჩემპიონატის ნახევარფინალი დაპროგრამებაში ე.წ. ჩრდილო-აღმოსავლეთ ევროპის რეგიონისათვის, რომელიც მოიცავს მთელ პოსტსაბჭოთა საივრცეს უკრაინისა და მოლდოვას გამოკლებით. ჩემპიონატს ატარებს საინფორმაციო ტექნოლოგიებისა და ტელეკომუნიკაციების სფეროში მოღვაწე ერთ-ერთი ყველაზე ავტორიტეტული ორგანიზაცია, ასოციაცია ACM (Association for Computing Machinery). ტრადიციულად ამავე დღეს ჩატარდა სამხრეთ კავკასიის ღია გუნდური ჩემპიონატი. შეჯიბრებაში მონაწილეობდნენ საქართველოს, აზერბაიჯანის და სომხეთის მოწინავე უნივერსიტეტების გუნდები და ოდესის ეროვნული უნივერსიტეტის გუნდი. გუნდურ შეჯიბრებაში პირველი ოთხი ადგილიდან სამი თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გუნდებმა დაიკავეს. საბოლოოდ, საპრიზო ადგილები მოიპოვეს თსუ შემდეგმა გუნდებმა:

I ხარისხის დიპლომი მოიპოვეს:

Tbilisi SU Epic Losers - ელდარ ბოგდანოვი, ირაკლი მერაბიშვილი, გიორგი საღინაძე ;

II ხარისხის დიპლომები მოიპოვეს:

Tbilisi SU №3 - ლევან ვარამაშვილი, გიორგი ფეიქრიშვილი

Tbilisi SU №1 - ნოდარ ამბროლაძე, ზურაბ ისაკაძე, გიორგი შავგულიძე

III ხარისხის დიპლომები მოიპოვეს:

Tbilisi SU №2 Scadoosh - ბექა ბარბაქაძე, ნიკა გაბისონია, ზურაბ კუცია

Tbilisi SU №6 - მარი დოლიაშვილი, ნატალია ნებულიშვილი, გიორგი რუხაია.

3 დეკემბერს სამხრეთ კავკასიის ინდივიდუალური შეჯიბრება გაიმართა, სადაც პირველ ადგილზე ელდარ ბოგდანოვი გავიდა 7 ამოცანით. აგრეთვე 7 ამოცანით მეორე ადგილი მოიპოვა ლევან ვარამაშვილმა.

სამხრეთ კავკასიის ჩემპიონატი ტარდება ACM-ის მსოფლიო სტუდენტური ჩემპიონატის ნახევარფინალის ამოცანებზე აღნიშნულ შეჯიბრთან პარალელურ რეჟიმში. სხვადასხვა შეზღუდვებიდან გამომდინარე, სამხრეთ კავკასიის ჩემპიონატში მონაწილე გუნდებს შორის პირველი სამი ნახევარფინალის კონკურსში არ მონაწილეობდა, შესაბამისად, ACM-ის კონკურსში მონაწილე გუნდებს შორის გამარჯვება მოიპოვა თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გუნდმა Tbilisi SU №1. აღსანიშნავია, რომ ბოლო სამი წლის მანძილზე ანალოგიურ წარმატებას რუსულ-სომხური უნივერსიტეტის გუნდი აღწევდა და ჩვენმა ბიჭებმა მოახერხეს ტიტულის დაბრუნება.

მთლიანობაში ამ შეჯიბრებაში ჩვენმა სტუდენტებმა 2 პირველი ხარისხის, 4 მეორე ხარისხის და 1 მესამე ხარისხის დიპლომი მოიპოვეს.

ჯეოლიმპის 2012 წლის ფინალი

ოლიმპიადა კალკულუსში

2012 წელი წარმატებული გამოდგა ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის საერთაშორისო მათემატიკური ინტერნეტ ოლიმპიადის სუპერფინალის მონაწილე სტუდენტებისათვის.

ოლიმპიადის სუპერფინალი გაიმართა ა.წ. 11-13 სექტემბერს არიელის (ისრაელი) უნივერსიტეტში. ოლიმპიადაში მონაწილეობდა მსოფლიოს სხვადასხვა ქვეყნის 14 გუნდი, სულ 70 სტუდენტი. ქართველმა სტუდენტებმა სუპერფინალზე მიწვევა გუნდურ და პირად ფინალში მიღწეული შედეგების გამო დაიმსახურეს.

გათამაშდა 2 ოქროს, 2 ვერცხლისა და 3 ბრინჯაოს მედალი. ჩვენმა სტუდენტებმა ალექსანდრე ლომაძემ და ბექა ერგემლიძემ დაიმსახურეს ვერცხლის მედლები. დანარჩენმა ორმა მონაწილემ ნიკა სალიამ და მიხეილ მებონიამ – შესაბამისად, მეორე და მესამე ხარისხის დიპლომები.

გუნდურ ასპარეზობაში გათამაშებული სამი მედლიდან (1 ოქრო 1 ვერცხლი და 1 ბრინჯაო) საქართველოს გუნდმა ბრინჯაოს მედალი აიღო.

2012 წლის 23 დეკემბერს თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის სტუდენტური თვითმმართველობის განათლების და მეცნიერების დეპარტამენტის ორგანიზებით ჩატარდა ოლიმპიადა კალკულუსში.

საჯარო ლექციები უნივერსიტეტში

სტუდენტები

სტუდენტთა თვითმმართველობის განათლების და მეცნიერების დეპარტამენტის ორგანიზებით პერიოდულად ტარდება სამეცნიერო-პოპულარული ლექციები.

◆ ◆ ◆

2012 წლის 1 ნოემბერს ჩატარდა საჯარო ლექცია თემაზე: „ჩვენი გალაქტიკის პლანეტოგრაფია – არამზიური პლანეტები“. ლექცია წაიკითხა ასოცირებულმა პროფესორმა **ალექსანდრე თევზაძემ**. ლექციას ესწრებოდა 120 სტუდენტი.

◆ ◆ ◆

8 ნოემბერს ჩატარდა საჯარო ლექცია თემაზე: „ფსიქიკური პროცესები და მათი მოდელირება“. ლექცია წაიკითხა პროფესორმა **სულხან ცაგარელმა**. ლექციას ესწრებოდა 70 სტუდენტი.

◆ ◆ ◆

14 ნოემბერს ჩატარდა საჯარო ლექცია თემაზე: „ბიოსტრუქტურათა თანამედროვე 3/4 იმიჯინგი“. ლექცია წაიკითხა პროფესორმა **პაველ ჭელიძემ**. ლექციას ესწრებოდა 70 სტუდენტი.

უცხოელ ლექტორთა ლექციები თსუ-ში

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტზე მოწვეული უცხოელი პროფესორების მიერ ჩატარებული ლექციათა კურსები ყოველთვის დიდ ინტერესს იწვევს სტუდენტებში.

◆ ◆ ◆

მათემატიკის მიმართულების სტუდენტები ცდილობენ აქტიურად დაესწრონ ლექციებს არა მარტო მათემატიკაში. მათთვის შეიძლება უფრო საინტერესო აღმოჩნდეს ლექციები მომიჯნავე სფეროებშიც. ასეთი იყო ბატონი **მარკ ტირიეს** (Marc Thiriet, UPMC (Universite Pierre et Marie Curie), Laboratoire Jacques-Louis Lions) მიერ ჩატარებული ლექციათა კურსი „Modelling and Simulations of Complex Biological Processes at Various Length Scales“ 2012 წლის სექტემბერში.

◆ ◆ ◆

საინტერესო იყო **კონსტანტინ ოსკოლკოვის** (Konstantin I.Oskolkov, Department of Mathematics, University of South Carolina, Columbia, USA) ლექციათა კურსი „Introduction to Radon-Fourier Analysis and Ridge Approximation“ 2012 წლის მაისში.

◆ ◆ ◆

ასევე ნოემბერში წაიკითხა პროფესორმა **როჯერ კაპელმა** (ETH Zürich) ლექციათა კურსი თემაზე „Numerical methods for conservation laws“.

◆ ◆ ◆

2012 წლის დეკემბერში ფაკულტეტს ეწვია პროფესორი გერმანიიდან **სერგეი ფლახი** (Sergej Flach, Massey University, Auckland, New Zealand) ლექციათა კურსით „Nonlinear Waves in Complex Systems“.

◆ ◆ ◆

2012 წლის ნოემბერში ჩამოსული იყო ტოკიოს უნივერსიტეტის პროფესორი **ზენშო იოშიდა** (Zensho Yoshida) ლექციათა კურსით „თვითორგანიზებული სტრუქტურები მასშტაბთა იერარქიის მიხედვით: არაკანონიკური ჰამილტონიანის მექანიკა, ფაზური სივრცის ფენებად ქცევა“.

◆ ◆ ◆

მაისის თვეში ჩამოსული იყო აგრეთვე ვესტმინსტერის უნივერსიტეტის პროფესორი **პიტერ ლიდიარდი** (Peter Lydyard, University of Westminster, London, UK), რომელმაც წაიკითხა ლექციები იმუნოლოგიაში.

◆ ◆ ◆

სტუდენტებისთვის ლექციები წაიკითხა კომპიუტერულ მეცნიერებათა მიმართულების რამოდენიმე პროფესორმა უნივერსიტეტიდან Paris-8.

სტუდენტური ნაშრომებისა და სტუდენტური ინოვაციების კონკურსი

2012 წელს ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის სტუდენტებისთვის ჩატარდა სტუდენტური ნაშრომებისა და სტუდენტური ინოვაციების კონკურსი.

ინოვაციების კონკურსის მიზანი იყო

- კრეატიული სტუდენტების მორალური და მატერიალური მხარდაჭერა;
- სტუდენტების მოტივაციის გაზრდა უნივერსიტეტში მიღებული ცოდნის გამოყენებისთვის პრაქტიკული პრობლემების გადასაწყვეტად;
- სტუდენტებში მეცნიერული კვლევის შედეგების კომერციალიზაციისადმი ინტერესის გაღვივება;
- იმ ნიჭიერი ახალგაზრდების გამოვლენა და ხელშეწყობა, რომელთაც აქვთ ინოვაციური „ტექნიკური“ იდეა, რომელსაც „მსოფლიოს შეცვლა“ შეუძლია.

სტუდენტური ნაშრომების კონკურსის მიზანი იყო

- კრეატიული სტუდენტების მორალური და მატერიალური მხარდაჭერა;
- კვლევაზე დაფუძნებული სწავლების ხელშეწყობა;
- სტუდენტების ინტერესის გაღვივება უნივერსიტეტში მიღებული ცოდნის საფუძველზე სამეცნიერო–კვლევითი პროექტების განსახორციელებლად;
- მეცნიერული კვლევის ნიჭით დაჯილდოებული ახალგაზრდების გამოვლენა და მათი ხელშეწყობა.

კონკურსში ფაკულტეტის თითქმის ყველა დეპარტამენტის სტუდენტებმა მიიღეს მონაწილეობა. ჟიურიმ, რომელიც ფაკულტეტის პროფესორ-მასწავლებლებისაგან შედგებოდა, პრიზები ასე გაანაწილა:

- **სალია ნიკა** – გამარჯვებულად გამოცხადდა სტუდენტური ნაშრომების კონკურსის კომპიუტერული მეცნიერებების სექციაში და დაჯილდოვდა 2250 ლარით;
- **ტეფნაძე გიორგი** – გამარჯვებულად გამოცხადდა სტუდენტური ნაშრომების კონკურსის მათემატიკის სექციაში და დაჯილდოვდა 2250 ლარით;
- სტუდენტები/სტუდენტთა ჯგუფები 1) **ბაქრაძე გიორგი**, 2) **ცუცხვაშვილი ბააკა** და **მეგრელი გიორგი**, 3) **თვალჭრელიძე დავით** და **ვარამაშვილი ლევან** გამარჯვებულად გამოცხადდნენ სტუდენტური ინოვაციების კონკურსის კომპიუტერული მეცნიერებების სექციაში. თითოეულ პროექტზე თანხა განისაზღვრა საპრიზო ფონდის მესამედით (750 ლარი).
- **ნოდია გრიგოლ** – გამარჯვებულად გამოცხადდა სტუდენტური ინოვაციების კონკურსის ქიმიის სექციაში და დაჯილდოვდა საპრიზო ფონდის ნახევრით (1125 ლარი). მას აგრეთვე რეკომენდაცია მიეცა განახორციელოს პროექტში წარმოდგენილი ტექნოლოგიური პროცესი თსუ ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის ქიმიის დეპარტამენტზე.
- **გიგა ჩოხელი** და სტუდენტთა ჯგუფი შემადგენლობით: **ლევან გაბისონია, ნიკა ხელაია, ნინო ყვავაძე, გიორგი კაპანაძე, გურამ ჩაგანავა, თორნიკე ჭაბუკიანი, ალექსანდრე ტატიშვილი, დავით ფერაძე, ზურაბ კრაწაშვილი** გამარჯვებულად გამოცხადდნენ სტუდენტური ინოვაციების კონკურსის ელექტრონიკის სექციაში. გიგა ჩოხელი დაჯილდოვდა საპრიზო ფონდის მესამედით (750 ლარი) და რეკომენდაცია მიეცა მის მიერ წარმოდგენილი ოვერქლოქინგის დანადგარი დაამონტაჟოს ელექტრონიკის და კომპიუტერული მეცნიერებების დეპარტამენტის სასწავლო ლაბორატორიებში. სტუდენტთა ჯგუფი კი დაჯილდოვდა საპრიზო ფონდის ორი მესამედით (1500 ლარი).

თსუ სტუდენტთა 72-ე სამეცნიერო კონფერენცია

მათემატიკის სექციაზე საპრიზო ადგილები ასე განაწილდა:

I ადგილი
მაგისტრატურის სტუდენტი **გიორგი ტეფნაძე**

„ვილინკინ-ფურიეს კოეფიციენტებისა და კერძო ჯამების შესახებ“.
მეცნიერ-ხელმძღვანელი: პროფ. **უშანგი გოგინავა**

II ადგილი
დოქტორანტურის სტუდენტი **ვიოლეტა აფხაზავა**

„დაბალგანზომილებიანი ტოპოლოგიის ალგორითმები, ჰოლონომური წირების აღწერის შესახებ”
მეცნიერ-ხელმძღვანელი: სრული პროფ. **ალექსანდრე გამყრელიძე**

III ადგილი
ბაკალავრიატის სტუდენტი **ნიკა სალია**

„ვეივლეტ მატრიცების აგების სხვადასხვა ალგორითმების რიცხვითი შედარება“
მეცნიერ-ხელმძღვანელი: ასოც. პროფ. **ლაშა ეფრემიძე**

ესტატე ხმალაძის სახელობის სტიპენდიანტი

ზედიზედ მეორედ მოიპოვა ესტატე ხმალაძის სახელობის სტიპენდია მათემატიკის მიმართულების მაგისტრანტმა **გიორგი ტეფნაძემ**. პროფესორი ესტატე ხმალაძე მოღვაწეობს ვიქტორიას უნივერსიტეტში (ველინგტონი, ახალი ზელანდია), მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტზე.

სტიპენდია გამიზნულია ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მაგისტრატურის სტუდენტებისათვის, რომლებიც სპეციალიზდებიან

ა) ალბათობის თეორიასა და მათემატიკურ სტატისტიკაში,

ბ) ფართოდ გაგებულ წრფივ (ფუნქციონალურ) ანალიზში,

გ) თეორიულ ფიზიკაში.

გიორგი ტეფნაძე

მე-5 ქართულ-გერმანული სკოლა და სამუშაო შეხვედრა ფუნდამენტურ მეცნიერებებში

2012 წლის აგვისტოში ჩატარდა იულიხის კვლევითი ცენტრის (გერმანია), ივანე ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის და საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ერთობლივი სკოლა და სამუშაო შეხვედრა ფუნდამენტურ მეცნიერებებში.

უკვე ტრადიციული, მე-5 სამუშაო შეხვედრა ჩატარდა 6-10 აგვისტოს თბილისში, ხოლო 13-17 აგვისტოს ბათუმში მოეწყო საზაფხულო სკოლა (5th Georgian-German School and Workshop in Basic Science).

სამუშაო შეხვედრის მუშაობაში პროფესორებთან ერთად მონაწილეობა მიიღეს და თავიანთი ნამუშევრები წარმოადგინეს ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის არაერთმა მაგისტრანტმა და დოქტორანტმა, ასევე ბაკალავრიატის სტუდენტებმა. მათი, როგორც მომხსენებელთა დებიუტი სწორედ ამ საერთაშორისო დონის კონფერენციაზე შედგა. გამორჩეული იყო ორი ჯგუფური ნამუშევარი, რომელშიც მონაწილეობდნენ როგორც მათემატიკის, ისე კომპიუტერულ მეცნიერებათა მიმართულების სტუდენტები. პირველი პროექტი – „Cubed sphere simulator“ წარადგინეს გიორგი რუხაიამ, ლუკა ტარიელაშვილმა, მარიამ დოლიაშვილმა და ნატალია ნებულიშვილმა, ხოლო მეორე პროექტი – „Icosahedral mesh simulator“ წარმოადგინეს ნოდარ ჭუმბაძემ, გიორგი ბაქრაძემ, ნათია ქოზაშვილმა, ბაკა ცუცხვაშვილმა და ტრისტან ასლანიშვილმა. სტუდენტებმა საკმაოდ კარგად წარმოაჩინეს თავიანთი რამოდენიმე თვის ნამუშევარი და უპასუხეს უცხოელ მეცნიერთა მრავალ შეკითხვას.

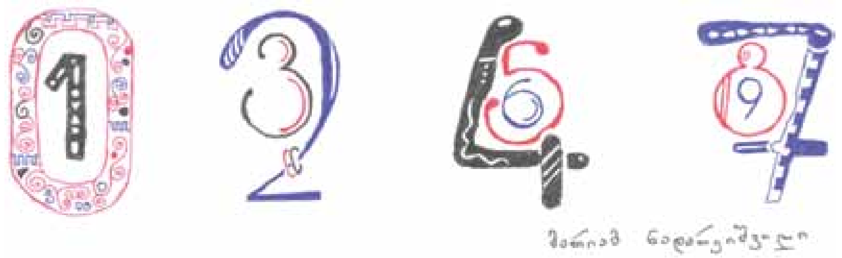
აღნიშნული სტუდენტების ნაწილი მიიწვიეს საზაფხული სკოლის მუშაობაში მონაწილეობის მისაღებად. აგვისტოს ცხელ დღეებში ბათუმში ჩატარებული საზაფხულო სკოლა საკმაოდ საინტერესო აღმოჩნდა მათთვის. ჩატარებული ლექციები მიზნად ისახავდა არა მხოლოდ პროფესიული ცოდნის გაღრმავებას, არამედ ზოგადი თვალსაწიერის გაფართოებას და მეცნიერების ბოლო დროინდელი მიღწევების გაცნობას. უცხოელ მეცნიერებთან უშუალო კონტაქტმა საზაფხულო სკოლას უფრო საინტერესო ელფერი შესძინა.

გიორგი რუხაია, ლუკა ტარიელაშვილი, რამაზ ბოჭორიშვილი (პროექტის ხელმძღვანელი), მარი დოლიაშვილი, ნატალია ნებულიშვილი (პირველი პროექტის შემსრულებლები)

მეორე პროექტის შემსრულებლები: ნოდარ ჭუმბაძე, გიორგი ბაქრაძე, ნათია ქოზაშვილი, ბაკა ცუცხვაშვილი, ტრისტან ასლანიშვილი

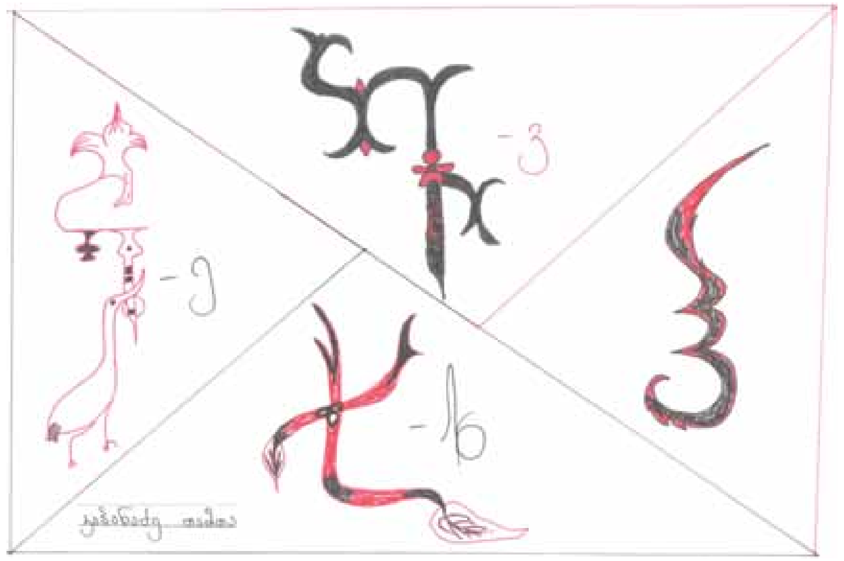
ლუკა ტარიელაშვილისა და ნატალია ნებულიშვილის გამოსვლა სამუშაო შეხვედრაზე

კალიგრაფიის კონკურსი



20 დეკებერს ჩატარდა კონკურსი კალიგრაფიაში. ეს იყო ერთგვარი გამოხმაურება კონკურსისა „ქართული კალიგრაფია“, რომელიც სრულიად საქართველოს კათოლიკოს-პატრიარქის ილია II-ის ლოცვა-კურთხევით 2010 წლიდან ყოველწლიურად იმართება .

კონკურსის პარალელურად ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტზე მსგავსი კონკურსი წელს პირველად ჩატარდა. აღსანიშნავია, რომ 23 მონაწილიდან 14 მათემატიკის მიმართულების სტუდენტი იყო. კონკურსი სამი ტურისაგან შედგებოდა - პირველ ტურში მონაწილეები წერდნენ აფორიზმს „ვეფისტყაოსნიდან“, მეორე ტურში - ორ თავკიდურ ასოს, მესამე ტურში - ციფრებს.



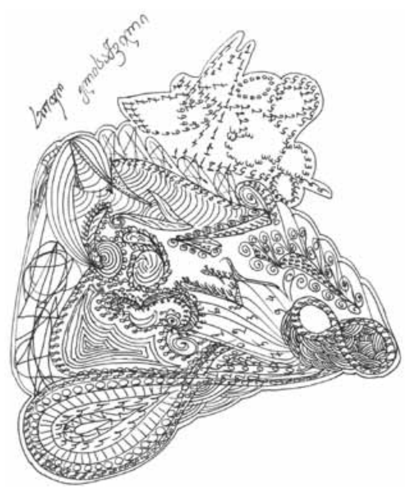
გულშემატკივრებისათვის იმართებოდა კონკურსანტთა მხარდასაჭერი ტურის შესაბამისი შეჯიბრებები. დამსწრეებმა ასევე მოისმინეს ბატონი ილია თავხელიძის შემეცნებითი ლექცია რიცხვით სისტემებზე.

კონკურსანტებმაც და გულშემატკივრებმაც შეუდარებელი ფანტაზიის უნარი გამოავლინეს - თითოეულ ასოსა თუ ციფრში მათ უდიდესი ემოცია და ფიქრი ჩადეს.

კონკურსს აფასებდა ჟიური შემდეგი შემადგენლობით - ფაკულტეტის დეკანი, პროფესორი რამაზ ბოჭორიშვილი (თავმჯდომარე), პროფესორები ილია თავხელიძე, ეკატერინე ბაკურაძე, ნანა კვარაცხელია (მოწვეული).

კონკურსის გამარჯვებული გახდა „ქართული კალიგრაფიის“ კონკურსის გამოცდილი მონაწილე, ეკოლოგიის მიმართულების სტუდენტი თამთა კაპანაძე. შემდეგ სამ ადგილზე კი მათემატიკის მიმართულების სტუდენტები გავიდნენ - სოფიკო ელისაშვილი, მარიამ ნადარეიშვილი და ბახვა ინასარიძე.

ამ დღეს გაჟღერდა იდეა ახალი პროექტის შესახებ “გადავწეროთ „ვეფხისტყაოსანი“ „ზუსტად“, რომელშიც კონკურსანტებთან ერთად ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის თითოეული სტუდენტი მიიღებს მონაწილეობას.



„გმადლობთ პროფესორო“

15 ივნისს ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტზე საფუძველი ჩაეყარა ახალ ტრადიციას — სასწავლო წლის ბოლო დღეს ჩატარდება კლასიკური მუსიკის საღამო „გმადლობთ პროფესორო“, რითაც სტუდენტები თავიანთ მადლიერებას გამოხატავენ პროფესორ-მასწავლებლებისადმი, ფაკულტეტისა და სასწავლო-სამეცნიერო სტრუქტურული ერთეულების ყველა თანამშრომლისადმი, რომლებიც ჩართულები არიან სასწავლო პროცესში.

მუსიკალური საღამოს დაწყებამდე თსუ პირველი კორპუსის კლუბის ფოიეში მოეწყო სტუდენტთა ფოტონამუშევრებისა და ნახატების გამოფენა. იქვე იყო გამოფენილი ხელნაკეთი ნამუშევრები: ნატვრის ხე, ქაღალდისაგან დამზადებული ჭადრაკი და სხვა ულამაზესი ნივთები, სკვნილები, ჩანთები და სამკაულები, ნაქარგები, ნაქსოვი აქსესუარები. იაპონიაში გავრცელებული ორიგამის ხელოვნება ძალიან ახლოს ყოფილა მათემატიკის მიმართულების სტუდენტებთან...

წელს ეს ღონისძიება ჩატარდა თსუ 95 წლისთავის იუბილის ფარგლებში.

ღონისძიებაზე წარმოდგენილი იყო ფაკულტეტის რვავე დეპარტამენტის პერსონალი და სტუდენტები. საღამოს მეტი სითბო შეჰმატა პროფესორებისა და სტუდენტების ოჯახის წევრების მოწვევამ. სტუდენტებმა სპეციალური მუსიკალური ნომრები მიუძღვნეს ავღანეთში დაღუპულ გმირ ვაჟკაცებს, 95 წლის მანძილზე თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში მოღვაწე ყველა პედაგოგს, უნივერსიტეტის რექტორსა და პროფესორ-მასწავლებელთა ჯგუფს, რომელთაც 14 ივნისს ღირსების ორდენები გადაეცათ, ახალ-გაზრდა მეცნიერებს, მოწვეულ სტუმრებს.

სტუდენტებმა მოისმინეს პროფესორების დიანა ძიძიგურის, ნანა შათაშვილის, ბეჟან თუთბერიძის, ილია თავხელიძის, ომარ ფურთუხის ამაღელვებელი და წამახალისებელი გამოსვლები. ბოლოს საღამო შეაფასა ფაკულტეტის დეკანმა პროფესორმა რამაზ ბოჭორიშვილმა.

მუსიკალურ საღამოზე მონაწილეებმა წარმოადგინეს ბახის, მოცარტის, შოპენის, შუმანის, შუბერტის, თანამედროვე კომპოზიტორების ნაწარმოებები. ქართველი კომპოზიტორების ნაწარმოებებიდან გაჟღერდა კემულარიას “ხორუმი“, რომელიც მათემატიკის მიმართულების სტუდენტმა ნატალია ნებულიშვილმა შეასრულა. თსუ კონკურსის „პიანისტი 2013“ გრან–პრის მფლობელმა, მათემატიკის მიმართულების სტუდენტმა თორნიკე ჯაფიაშვილმა საკუთარი ნოკტიურნიც შეასრულა. არაჩვეულებრივად იმღერა ამავე მიმართულების სტუდენტმა გვანცა ბუაძემ. ფაკულტეტის დანარჩენ დეპარტამენტებს წარმოადგენდნენ ლუკა ტარიელაშვილი, ალექსანდრე წერეთელი, სერგი ვადაჭკორია, თამარ თვალაძე, გიორგი ედიბერიძე, ნინო ოგანეზოვი, მაგდა სვანიძე, ვალერი კიკვაძე, ელენე მილიუკოვი და ნიკოლოზ მაჭავარიანი, რომელიც პარალელურად კონსერვატორიაშიც სწავლობს. მათ უდიდესი პროფესიონალიზმით შეასრულეს კლასიკური ნაწარმოებები.

საღამო მიჰყავდა ანა აფციაურს. დამსწრეთ მიესალმნენ სტუდენტები გურამ ჩაგანავა, მარგარიტა თუთბერიძე, ნინო კობახიძე, ნიკა სალია. ფოტო და ვიდეო გადაღებასაც სტუდენტები აწარმოებდნენ.

დიდი მადლობა საღამოს ყველა მონაწილეს.

„ქალაქს ემოსა პერანგი წვიმის“

2012 წლის 24 ოქტომბერს ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის სტუდენტური თვითმმართველობის კულტურის დეპარტამენტის ორგანიზებით ჩატარდა აფხაზეთისადმი მიძღვნილი საღამო, რომელიც მიეძღვნა აფხაზეთში დაღუპული გმირების ხსოვნას. ღონისძიება მიზნად ისახავდა სტუდენტებში აფხაზეთის თემის პოპულარიზაციას. საღამო დაიწყო ფილმით „უღელტეხილზე“, რომელიც ჭუბერის უღელტეხილზე დევნილთა გადმოსვლას ასახავს. ეს მძიმე კადრები ფაკულტეტის ვაჟთა გუნდის ომახიანმა სიმღერამ შეცვალა, რითაც სტუდენტებმა საღამო ომზე მშვიდობის იდეის გამარჯვებისა და ოპტიმიზმის ნოტაზე გადაიყვანეს.

სიმბოლური იყო საღამოს ჩატარება ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სააქტო დარბაზში, რადგან ბატონი ილია ვეკუა წარმოშობით აფაზეთიდან, კერძოდ, გალის რაიონის სოფელ შეშელეთიდან იყო. სპეციალურ სტუმრად იყო მოწვეული ილია ვეკუას შვილიშვილი, ფაკულტეტზე მოღვაწე პროფესორი ილია თავხელიძე, რომელსაც საინტერესო ეპიზოდები გაიხსენა ილია ვეკუას ცხოვრებიდან.

პროფესორი ნოდარ ელიზბარაშვილი სტუდენტებს აფხაზეთის გეოგრაფიული მდებარეობის მნიშვნელობაზე, აფხაზი ხალხის კულტურასა და წეს-ჩვეულებებზე ესაუბრა.

საღამოზე მოწვეული იყო მამა პეტრე. მან წაიკითხა საკუთარი ლექსები აფხაზეთზე.

საღამო მხატვრულად გააფორმეს ფაკულტეტის სტუდენტებმა – მომღერლებმა და მოცეკვავეებმა.

ფოტორეპორტაჟი „მთებისკენ მწადის ცქერანი...“

2013 წლის 4 აპრილს, თსუ ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის სტუდენტური თვითმმართველობის ორგანიზებით ჩატარდა საქველმოქმედო ღონისძიება. პროექტში შემოწირულობის სახით შემოსული თანხა მთლიანად გადაირიცხა შატილში პირველი მართლმადიდებლური ეკლესიის მშენებლობის ფონდში

„მიეცი ნიჭსა გზა ფართო“

2012 წლის 1 ნოემბერს თსუ ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის სტუდენტური თვითმმართველობის კულტურის დეპარტამენტის ორგანიზებით ჩატარდა პოეზიის საღამო “მიეცი ნიჭსა გზა ფართო.“ ღონისძიება თსუ XI კორპუსის ეზოში დანთებული კოცონის გარშემო მიმდინარეობდა. ეზოს ირგვლივ დანთებული სანთლების შუქზე ერთმანეთს ენაცვლებოდნენ მოლექსენი და მომღერლები. დამწყებმა პოეტებმა წაიკითხეს საკუთარი ლექსები. საცეკვაო მელოდიამ გულგრილი ვერ დატოვა მაყურებელი ....

გვიანობამდე სწვდებოდა ცას ბედნიერი სტუდენტების გულიდან ამოძახილი ქართული ჰანგები.

ცეკვის კონკურსი

2012 წლის 17 დეკემბერს თსუ მაღლივი კორპუსის დარბაზში გაიმართა კონკურსის ხასიათის მქონე პროექტი „Dance For Life...“ კონკურსი გაიმართა ორ კატეგორიაში: Break Dance და Hip Hop. გამარჯვებული გამოავლინა კომპეტენტურმა ჟიურიმ. პროექტი ატარებდა საქველმოქმედო ხასიათს. პროექტს ესწრებოდა 150 სტუდენტი.

რუბრიკისთვის მასალის მომზადებაში მონაწილეობა მიიღეს თ. დავითაშვილმა, ნ. ტყეშელაშვილმა, ნ. გაბისონიამ, გ. ჯიქიამ, ნ. ნებულიშვილმა, გ. რუხაიამ

თსუ კურსდამთავრებულები

მსოფლიოში აღიარებული ქართული მათემატიკური სკოლის თითქმის ყველა წარმომადგენელმა ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი დაამთავრა. ამჟამად მრავალი ქვეყნის ცნობილ უნივერსიტეტში ლექციებს კითხულობენ და მათემატიკურ ცენტრებში მუშაობენ ჩვენს უნივერსიტეტში აღზრდილი მათემატიკის პროფესორები. მაგ. აშშ–ში, ინგლისში, სამხრეთ აფრიკაში, ახალ ზელანდიაში, შვედეთში, ჩეხეთში და სხვა. თითოეულ მათგანს სამეცნიერო–კვლევითი უნარები გამოუმუშავდათ ჩვენს უნივერსიტეტში, რადგან აქ ყოველთვის მაღალ დონეზე იკითხებოდა სასწავლო კურსები , მოქმედებდა სასწავლო-სამეცნიერო სემინარები და მიმდინარეობდა აქტიური სამეცნიერო მუშაობა.

ეს ტრადიცია ამჟამად კიდევ უფრო ღრმავდება, რაც ორგანულადაა გათვალისწინებული მათემატიკის პროგრამაში. მათემატიკის დეპარტამენტში, ყველა მიმართულებით, ლექციებს კითხულობენ ცნობილი პროფესორები, რომლებიც ეწევიან აქტიურ სამეცნიერო-კვლევით მუშაობას. გარდა ამისა, დეპარტამენტში მოქმედებს მრავალი სასწავლო-სამეცნიერო სემინარი, სადაც დაინტერესებულ სტუდენტს შეუძლია ღრმად დაეუფლოს მათემატიკის სხვადასხვა დარგს და, ცნობილი მეცნიერის ინდივიდუალური ხელმძღვანელობით, შეიძინოს მეცნიერული კვლევის სათანადო უნარები.

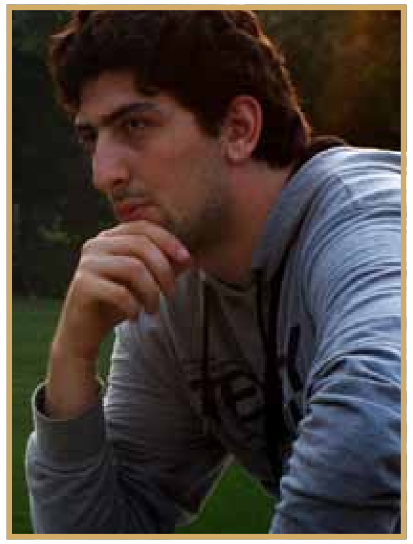
ზემოთ ნათქვამის დადასტურებაა ჩვენი დეპარტამენტის ბაკალავრიატის და მაგისტრატურის სტუდენტების მიერ, ბოლო წლებში, მაღალი დონის საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალებში გამოქვეყნებული ნაშრომები.

საქმისადმი ამგვარი დამოკიდებულების გამო ჩვენი ყოფილი სტუდენტებიდან ნაწილი წარმატებით აგრძელებს სამეცნიერო მოღვაწეობას საქართველოში, ხოლო მეორე ნაწილი კი, ჩვენი პროფესორების მიერ გაწეული რეკომენდაციის შედეგად, სწავლას აგრძელებს სხვადასხვა ქვეყნის ცნობილ უნივერსიტეტში. ზოგიერთი მათგანის შესახებ მოკლე ინფორმაცია მკითხველს პერიოდულად მიეწოდება ამ ჟურნალის საშუალებით.

მიხეილ რუხაია:

„ამჟამად ვსწავლობ ვენის ტექნიკურ უნივერსიტეტში, კომპიუტერულ მეცნიერებათა ფაკულტეტზე, დოქტორანტურაში. ამის პარალელურად, ვარ ამავე ფაკულტეტის კომპიუტერულ ენათა ინსტიტუტის, თეორიისა და ლოგიკის ჯგუფის თანამშრომელი.

თსუ-ს ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტმა, რა თქმა უნდა, დიდი როლი ითამაშა ჩემს წარმატებაში. უპირველესად მინდა ავღნიშნო ის განათლება, რომელიც მივიღე მათემატიკური ლოგიკის განხრით, რომელიც პირდაპირ კავშირშია იმ საქმიანობასთან, რითიც ამჟამად ვარ დაკავებული ვენაში. ასევე მინდა აღვნიშნო თბილისის საერთაშორისო საზაფხულო სკოლის (ლოგიკა და ენა) როლი, რომელიც ყოველ წელს ტარდება თსუ-ში და რომელმაც საშუალება მომცა



ურთიერთობა მქონოდა უცხოელ მეცნიერებთან და გამიკვალა გზა ევროპისკენ“.

ირაკლი პაჭკორია:

„2008 წლის ოქტომბრიდან, ბაკალავრიატის დამთავრების შემდეგ, სწავლას ვაგრძელებ გერმანიაში, ბონის ფრიდრიხ-ვილჰელმის სახელობის უნივერსიტეტის დოქტორანტურაში, ალგებრული ტოპოლოგიის განხრით. ჩემი სადისერტაციო ნაშრომის თემაა: “მდგრადობა ექვივარიანტულ სტაბილურ ჰომოტოპიის თეორიაში“. დაცვა შედგება 2013 წლის აგვისტო-სექტემბერში.

რეგულარულად გამოვდივარ მოხსენებებით საერთაშორისო სამეცნიერო შეხვედრებზე. ჩემი შედეგების მოსახსენებლად მიწვეული ვიყავი ბილიფელდის და ვუპერტალის უნივერსიტეტებში (გერმანია). გარდა ამისა, 2012 წლის ოქტომბერ-დეკემბერში დაგეგმილია ჩემი მოხსენებები რეგენსბურგის (გერმანია), შეფილდის, გლაზგოს, ლესტერის (დიდი ბრიტანეთი), ჩიკაგოს, ურბანას და ჩრდილო-დასავლეთის (აშშ) უნივერსიტეტებში.

პუბლიკაციები: ერთი სტატია გამოქვეყნებულია HHA-ში და ერთიც მიღებულია გამოსაქვეყნებლად Algebraic and Geometric Topology-Si.

სალომე ბასლანძე:

ვარ პენსილვანიის უნივერსიტეტის ეკონომიკის დოქტორანტურის სტუდენტი.

თსუ-ში მათემატიკის ფაკულტეტზე სწავლის ოთხმა წელიწადმა, ერთი მხრივ, აღმჭურვა კონკრეტული და საჭირო ცოდნით ჩემი აკადემიური ცხოვრების მომდევნო ეტაპისათვის და, მეორე მხრივ, გამიღრმავა ანალიტიკური და კრიტიკული აზროვნების უნარი. ამის გარდა, დამაკავშირა კვალიფიციურ პროფესორ-მასწავლებლებთან და შემძინა ბევრი მეგობარი. ვთვლი, რომ თსუ-ს უკავშირდება ჩემი ცხოვრების ძალიან სასიამოვნო და ნაყოფიერი პერიოდი და ამაში დიდი როლი მიგიძღვით პროფესორ-მასწავლებლებს, რისთვისაც ყველას გიხდით დიდ მადლობას.

ქეთევან ჩხაიძე:

ამჟამად ვარ ლონდონში, სწავლას ვაგრძელებ ლონდონის იმპერიალ კოლეჯში სტატისტიკის სამაგისტრო პროგრამაზე. საქართველოს განათლების და მეცნიერების სამინისტროს მიერ გამოცხადებულ კონკურსში მოპოვებული გამარჯვების შედეგად სრულად დამიფინანსდა როგორც სწავლის, ასევე საცხოვრებელი ხარჯები.

ამ წარმატების მიღწევაში დიდად დამეხმარა თსუ-ში მიღებული ცოდნა და გამოცდილება. იმპერიალ კოლეჯში მომიწონეს საკმაოდ კარგი ბაზისური ცოდნა მათემატიკის თითქმის ყველა მიმართულებაში და მრავალფეროვნება იმ საგნებისა, რომლებიც თსუ–ში გავიარე და და მათში მიღებული საუკეთესო შეფასებები. ასევე ძალიან დამეხმარა ჩემი ლექტორების რეკომენდაციები (ელიზბარ ნადარაია, რამაზ ბოჭორიშვილი, როლანდ დუდუჩავა).

იმპერიალში სწავლის დაწყების პირველ კვირას ჩაგვიტარეს დიაგნოსტიკური ტესტი, რომელშიც ასევე კარგი შედეგი ვაჩვენე. შევეცდები, აქაც წარმატებით გავაგრძელო სწავლა.

მაია სვანაძე:

ამჟამად ვსწავლობ გეორგს-აუგუსტის გოტინგენის უნივერსიტეტში, გერმანიაში. ვარ მათემატიკის ფაკულტეტის დოქტორანტი. პროფესორ ინგო ვიტისა და პროფესორ გიორგი ჯაიანის ხელმძღვანელობით ვმუშაობ თემაზე: “მიკროსტრუქტურის მქონე ბლანტი დრეკადი სხეულების არაკლასიკური ამოცანები“. ამავე დროს ვმუშაობ გოტინგენის მათემატიკის ინსტიტუტში და ვარ გრანტის თანამონაწილე: „მათემატიკური სტრუქტურები თანამედროვე კვანტურ ფიზიკაში“.

თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში მივიღე საკმაოდ საფუძვლიანი ცოდნა მათემატიკაში, შევიძინე სამეცნიერო ლიტერატურაზე მუშაობის უნარი. ბაკალავრიატში სწავლის პერიოდში, პროფესორ ჯონდო შარიქაძის ხელმძღვანელობით, რამდენჯერმე გავაკეთე მოხსენება სტუდენტთა სამეცნიერო კონფერენციაზე. ჩემს წარმატებაში უმნიშვნელოვანესი როლი შეასრულა ქართული მათემატიკური სკოლის დიდმა ტრადიციებმა დრეკადობის თეორიაში. ამ თეორიის მეთოდების ცოდნამ საშუალება მომცა უფრო ადვილად გავცნობოდი უწყვეტ გარემოთა მექანიკის თანამედროვე პრობლემებს.

ზურაბ აბრამიშვილი:

ამჟამად ვარ კარლოვის უნივერსიტეტის ეკონომიკის დეპარტამენტისა და ჩეხეთის რესპუბლიკის ეკონომიკის ინსტიტუტის ერთობლივი ორგანიზაციის III კურსის დოქტორანტი. ამჟამად ვარ დისერტაციის მომზადების ეტაპზე და ვმუშაობ კანონში და ეკონომიკაში. უფრო კონკრეტულად კი ვსწავლობ გამომდინარეობით ანალიზს გამოყენებითი ეკონომეტრიკის კუთხით. ამ ტემპით გაგრძელების შემთხვევაში 2014 წლისთვის ვიქნები ფილოსოფიის მეცნიერებათა დოქტორი ეკონომი-

კაში. ჩემი მომავალი მიზნები უკავშირდება სახელმწიფო სამსახურს, უფრო კონკრეტულად კი მაინტერესებს რეფორმების შესწავლა მიკრო და მაკრო დონეზე.

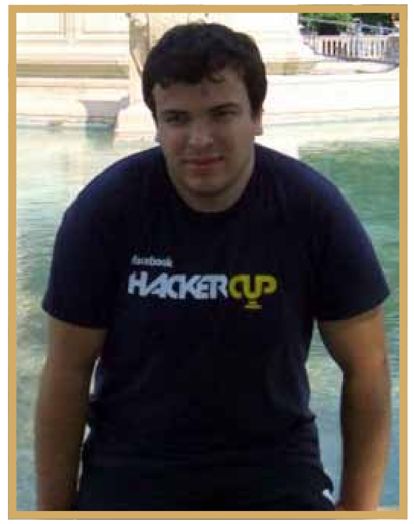
თანამედროვე ეკონომიკის შესწავლა შეუძლებელია მათემატიკური აპარატის ცოდნის გარეშე. განსაკუთრებით კი ეკონომეტრიკა არის დარგი, სადაც საჭიროა მათემატიკის სხვადასხვა დისციპლინების ცოდნა: როგორებიცაა ფუნქციონალური ანალიზი, ალბათობის თეორია, სტატისტიკა და წრფივი ალგებრა. გამომდინარე აქედან, მინდა გულახდილად ვთქვა, რომ ჩემს მიერ მიღებული მათემათიკური ცოდნა არის ქვაკუთხედი იმ წარმატებებისა, რომლებიც მქონდა თსუ-ს დამთავერბის შემდეგ.

გიორგი ნადარეიშვილი:

ვიმყოფები გეორგ აუგუსტის სახელობის უნივერსიტეტში ქალაქ გოტინგენში. ვარ საერთო სადოქტორო პროგრამის მონაწილე თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტ-

სა და გოტინგენის უნივერსიტეტს შორის. ამჟამად ვმუშაობ ბივარიანტულ თეორიაში, კერძოდ, ვცდილობ ლოკალიზებადი ქვეკატეგორიების კლასიფიკაციას ზოგიერთ ექვივარიანტურ ბივარიანტულ თეორიაში (ძალიან ზოგადად: ტრიანგულირებადი კატეგორიიდან გეომეტრიული ობიექტის აღდგენას), პროფესორ ხვედრი ინასარიძისა და პროფესორ რალფ მეიერის ხელმძღვანელობით.

თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში სწავლამ საბაკალავრო დონეზე შესაძლებლობა მომცა, გავცნობოდი მათემატიკური დისციპლინების ფართო სპექტრს და ასევე მესწავლა ძალიან მაღალი დონის პროფესორებისაგან, რომლებიც თავ-თავიანთ დარგში უმაღლესი ხარისხის პროფესიონალებად ითვლებიან მთელს მსოფლიოში. თსუ-ში სწავლამ სამაგისტრო დონეზე, გარდა ზემოხსენებულისა, შესაძლებლობა მომცა, ჩავრთულიყავი საერთო სადოქტორო პროგრამაში გეორგ აუგუსტის სახელობის უნივერსიტეტთან გოტინგენში და სადოქტორო დამეცვა გერმანიაში, ჩემთვის საინტერესო დარგში მსოფლიოში მოწინავე სასწავლებელში.



აკაკი მამაგეიშვილი:

თსუ-მ დიდი როლი ითამაშა ჩემს მიღებულ განათლებაში, ყველა მათემატიკის პროფესორი თავისი საქმის პროფესიონალი იყო, რაც განათლების მისაღებად აუცილებელი პირობაა. ზოგი მათგანი კი მსოფლიოს წამყვანი მეცნიერია, რაც მოტივაციას მიზრდიდა და მაგებინებდა რისთვის ვსწავლობდი მათემატიკას. ასევე მინდა გამოვთქვა პირადი პატივისცემა და მადლიერება კომპიუ-

ტერული მეცნიერებების პროფესორის სანდრო გამყრელიძის მიმართ, რომლის რეკომენდაციამაც და დახმარებამაც გადამწყვეტი როლი ითამაშა ჩემს წარმატებაში და მსოფლიოს ერთ-ერთ საუკეთესო უნივერსიტეტში სწავლის გაგრძელებაში.

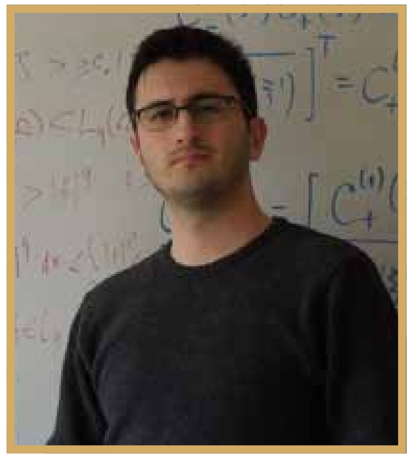
ირაკლი ჩიტაია:

თსუ-ს ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მათემატიკის დეპარტამენტის მიერ ორგანიზებულმა სასწავლო–სამეცნიერო სემინარებმა მომცა საშუალება უფრო ღრმად შემესწავლა ჩემთვის საინტერესო საკითხები და მონაწილეობა მიმეღო კვლევის პროცესში. აღნიშნულ სემინარებზე მიღებული ცოდნა და მეცნიერული შედეგები კი შემდგომში ძალიან დამეხმარა დოქტორანტურაზე ჩარიცხვასა და სტიპენდიის მოპოვებაში. მინდა ვისარგებლო შემთხვევით და მადლობა გადავუხადო თსუ-ს მათემატიკის დეპარტამენტის პროფესორ-მასწავლებლებს, განსაკუთრებით კი თსუ-ს სრულ პროფესორს ბატონ როლანდ ომანაძეს.

თსუ-ში გატარებულმა წლებმა მყარი საბაზისო ცოდნა მომცა მათემატიკის მრავალ დარგში და გამომიმუშავა მეცნიერული კვლევა-ძიებისთვის აუცილებელი უნარ-ჩვევები.

გიორგი ჭკადუა:

ამჟამად ვსწავლობ ლონდონის სამეფო კოლეჯის მათემატიკის დე-



პარტამენტის დოქტორანტურაში.

თსუ-ში მიღებულმა განათლებამ მნიშვნელოვანი როლი ითამაშა სწავლისა და კვლევის შემდგომ საფეხურზე გაგრძელებაში, რაც ძალზედ მნიშვნელოვანია სამომავლოდ მეცნიერად ჩამოყალიბებისათვის.

მიხეილ ნადარეიშვილი:

მე ახლა საქართველოში ვარ, ეკონომიკის სამაგისტრო კურსს გავდივარ ISET-ში. შარშან გავიარე გამოყენებითი სტატისტიკის სამაგისტრო კურსი (ხარისხის სრული სახელია MSc in Applied Statistics) ოქსფორდის უნივერსიტეტში, დავასრულე წარჩინებით.

თსუ-ის მათემატიკის დეპარტამენტში გავიარე საბაკალავრო კურსი მათემატიკაში, რომელმაც მომცა მყარი საფუძველი შემდგომი სწავლისთვის მსოფლიოს ერთ-ერთი წამყვან უნივერსიტეტში. თსუ-ში

მიღებული ცოდნა და უნარები ჩემთვის წარმოადგენს იმ ფუნდამენტს, რომელზეც შემიძლია დავაფუძნო ჩემი შემდგომი კვლევითი თუ პროფესიონალური სამუშაოები.

დავით ცირეკიძე:

მე ამჟამად ვსწავლობ ამერიკის შეერთებულ შტატებში, სტენფორდის უნივერსიტეტში ეკონომიკის სადოქტორო პროგრამაზე. სულ ხუთწლიანი პროგრამაა. ეხლა ვარ მეორე კურსზე. რაც შეეხება მათემატიკის დეპარტამენტს, უაღრესად დამეხმარა! პირველ რიგში აღვნიშნავდი მათემატიკური ანალიზის კათედრას, განსაკუთრებით ბატონები თეიმურაზ ახობაძე და ზაზა გოგინავა.

ჩემი ისეთი დონის უნივერსიტეტში მოხვედრა, როგორიც სტენფორდია განპირობებული იყო, რა თქმა უნდა, დიდწილად იმ რეკომენდაციებით, რომელიც მე მომცეს ISET-ში, ამერიკელმა პროფესორებმა და ასევე ქართველმა მათემატიკოსმა ბატონმა თორნიკე ქადეიშვილმა. მაგრამ, რომ არა ის ორი სტატია რომელიც მე გამოვაქვეყნე უნგრეთში მათემატიკის ფაკულტეტზე სწავლის დროს, ალბათ ეს შეუძლებელი იქნებოდა. მათემატიკის დეპარტამენტის მხარდაჭერით მივაღწიე იმას, რომ ეს სტატიები დაიბეჭდა და მე ეხლა აქ ვაგრძელებ სწავლას!

მე ულრმეს მადლობას გამოვხატავ მთლიანად მთელი დეპარტამენტის მიმართ და პირადად ბატონ როლანდ ომანაძის მიმართ, ვინაიდან მუდამ მგულშემატკივრობდით და მეხმარებოდით!

მათემატიკა

სამეცნიერო კონფერენციამ მიზანს მიაღწია

საჯაროდ გამოტანილი სამეცნიერო მოღვაწეობის სპექტრი და ღირებულება

2013 წლის 22-26 იანვარს თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტზე პირველი საფაკულტეტო-სამეცნიერო კონფერენცია ჩატარდა. იგი უნივერსიტეტის დაარსების 95 წლისთავს მიეძღვნა და მომავალში ტრადიციად იქცევა.
პირველ სამეცნიერო კონფერენციაზე იმუშავა 35-მა სექციამ, რომელზეც 350-მდე მოხსენება იქნა წარდგენილი. აღსანიშნავია, რომ კონფერენციის მონაწილეთა შორის იყვნენ დოქტორანტები, რომელთა მოხსენებებსაც ერთი დღე მთლიანად დაეთმო. მათ მიერ წარმოდგენილი კვლევები საყურადღებო აღმოჩნდა ფაკულტეტის სამეცნიერო საზოგადოებისთვის.

მაია ტორაძე

ფილოლოგიის დოქტორი, ასოცირებული პროფესორი; ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სოციალურ და პოლიტიკურ მეცნიერებათა ფაკულტეტი; თსუ-ის გაზეთ „თბილისის უნივერსიტეტის“ მთ. სპეციალისტი

თეიმურაზ ნადარეიშვილი

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, ასისტენტ-პროფესორი; ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი; თსუ-ის გაზეთ „თბილისის უნივერსიტეტის“ რედკოლეგიის წევრი

პლენარული მოხსენებები

პლენარული მოხსენებები წარადგინეს: ემერიტუსმა პროფესორმა დავით გორდეზიანმა („მრავალგანზომილებიანი კლასიკური და არაკლასიკური, სასაზღვრო და საწყის-სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნისათვის განზომილების რედუქციის და დეკომპოზიციის მეთოდების გამოყენების შესახებ“); სრულმა პროფესორმა გია სირბილაძემ („შესაძლებლობითი პროგნოზირების ახალი საექსპერტო ტექნოლოგიები ფაზი-დინამიკურ სისტემებში“); სრულმა პროფესორმა ლია მაჭავარიანმა („ნიადაგის ასაკი: წარსული, აწმყო, მომავალი“); პროფესორმა შოთა ადამიამ („კავკასიის ლითოსფერო: გეოლოგიური წარსული, დღევანდელი ვითარება“); ასისტენტ-პროფესორმა ლევან შოშიაშვილმა („ქართული ენის მხარდაჭერა Tex სისტემაში”).

პლენარულ მოხსენებათაგან განსაკუთრებული ინტერესი გამოიწვია თსუ-ს სრული პროფესორების ნანა შათაშვილის, თეიმურაზ ლეჟავას და ბეჟან ჭანკვეტაძის მოხსენებებმა.

ასტროფიზიკის მიმართულების სრულმა პროფესორმა ნანა შათაშვილმა წარადგინა მოხსენება: „დიდმასშტაბიანი დინების აჩქარება/გენერაცია ასტროფიზიკურ ობიექტებში“ (თანამშრომლობაში პროფ. სვადეშ მაჰაჯანთან (ტეხასის უნივერსიტეტი ოსტინში), პროფ. ზენშო იოშიდასთან (ტოკიოს უნივერსიტეტი)), რომელიც თანამედროვეობის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი და აქტუალური პრობლემაა. ასეთი დინებები მნიშვნელოვანია იმით, რომ ისინი თავისთავად წარმოადგენენ ასტროფიზიკური ობიექტისათვის განმსაზღვრელ ელემენტებს. დიდმასშტაბიანი დინებებით სხვა უფრო გლობალური პროცესების ახსნაც შეიძლება. ის შედეგები (აჩქარების კონკრეტული მოდელები), რაც კვლევისას პროფესორმა შათაშვილმა თანაავტორებთან ერთად მიიღო, კარგად ესადაგება თანამედროვე ასტროფიზიკურ დაკვირვებებს.

ბიოლოგიის მიმართულების სრულმა პროფესორმა თეიმურაზ ლეჟავამ გენეტიკურ პრობლემებზე ისაუბრა. მისი მოხსენება „დაბერებული“ ჰეტეროქრომატინის რეაქტივაცია“ დაბერების გენეტიკას შეეხებოდა. კერძოდ, რა ცვლილებები ხდება გენეტიკურ აპარატში დაბერების დროს, შეიძლება თუ არა, ვიმოქმედოთ რაიმე გარეგანი ფაქტორით ამ პროცესზე, რომ მოვახდინოთ დაბერების გადაწევა, გადაადგილება? მოხსენებაში საუბარი იყო, რომ კვლევის შედეგად მოძებნილია ამგვარი რეაგენტები – ესენი არიან სინთეზური მოკლე პეპტიდები, რომლებმაც გამოიწვიეს დაბერების დროს წარმოდგენილი ჩაკეტილი გენების გახსნა. შესაბამისად, ამ პრეპარატების მეშვეობით შესაძლებელია თავიდან ავიცილოთ დაბერების პათოლოგიები და გავიხანგრძლივოთ სასიცოცხლო ციკლი.

ფიზიკური და ანალიზური ქიმიის მიმართულების სრულმა პროფესორმა ბეჟან ჭანკვეტაძემ წარმოადგინა მოხსენება „გამოკვლევები ენანტიომერული ნარევების დაყოფების ფიზიკურ-ქიმიური მექანიზმების კვლევის დარგში“. მოხსენებაში საუბარი იყო, რომ ისეთი ქირალური მოლეკულების ენანტიომერები, როგორიცაა სამკურნალწამლო საშუალებები, აგროქიმიკატები, საკვების დანამატები და ა.შ. განსხვავებული ბიოლოგიური მოქმედებით ხასიათდებიან. აქედან გამომდინარე, ქირალური მოლეკულები, რომელთა გამოყენება ზემოთ ხსენებული მიზნებით მოიაზრება, შემუშავებული უნდა იყოს ენანტიომერულად, სუფთა სახით. ენანტიომერების დაყოფა წარმოადგენს მათი ანალიზის ძირითად, ხოლო მათი დიდი რაოდენობით მისაღებად ერთ-ერთ მნიშვნელოვან მეთოდს. აქედან გამომდინარე, ენანტიომერული ნარევების დაყოფა თანამედროვე ქიმიის ერთ-ერთ აქტუალურ პრობლემას განეკუთვნება. მოხსენებაში წარმოდგენილი იყო გამოკვლევები ენანტიომერული ნარევების დასაყოფად ახალი მასალების დამუშავების, კომერციალიზაციისა და გამოყენების სფეროში სითხურ ქრომატოგრაფიაში, ზეკრიტიკული წნევების ქრომატოგრაფიაში, ნანოქრომატოგრაფიასა და კაპილარულ ელექტროქრომატოგრაფიაში. მოხსენების პირველ ნაწილში წარმოდგენილი იყო ცელულოზას და ამილოზას ახალი ნაწარმები, რომლებიც გამოსადეგია ენანტიომერული ნარევების პრეპარატული და ანალიზური დაყოფებისათვის სხვადასხვა ტიპის ქრომატოგრაფიული მოძრავი ფაზების გამოყენებით. მოხსენების მეორე ნაწილში დეტალურად იქნა მიმოხილული ამ ახალი მასალების 5 წარმომადგენელი, რომელთა კომერციალიზაცია პროფესორ ბეჟან ჭანკვეტაძის გამოკვლევების საფუძველზე განხორციელდა ამერიკული კომპანია ჰენომენეხ-ის მიერ. მიმოხილული იყო აგრეთვე მკვლევართა ჯგუფის მიერ მიღებული ახალი შედეგები ენანტიომერების ელუირების რიგის რეგულირებისა და ქირალური გამოცნობის მექანიზმების კვლევის დარგში.

შემაჯამებელი მოხსენებები

სამეცნიერო კონფერენციის ბოლო დღეს ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის ყველა დეპარტამენტის ხელმძღვანელმა წარმოადგინა შემაჯამებელი მოხსენებები დეპარტამენტების მიერ ბოლო ერთი წლის განმავლობაში გაწეული მუშაობის შესახებ.

გეოგრაფიის დეპარტამენტის ხელმძღვანელმა, სრულმა პროფესორმა დავით კერესელიძემ მოხსენებაში შეაჯამა 2012 წელს გაწეული მუშაობა და ისაუბრა იმ ძირითად სამეცნიერო კვლევებსა და ექსპედიციებზე, რომელიც დეპარტამენტის მეცნიერ-თანამშრომელთა მიერ უნივერსიტეტის დაფინანსებით ჩატარდა. „გარემოს დაცვა უპირველესი პრობლემაა და ყველა ვხედავთ, რომ კლიმატი შეიცვალა. ამ პროცესების შესასწავლად და მათზე დასაკვირვებლად საჭიროა ექსპედიციების მოწყობა, მაგალითად, მყინვარებზე. ცნობილია, რომ მყინვარები დაწეულია საშუალოდ 10-12 მეტრით (თუმცა არსებობენ მყინვარები, რომლებიც 180 მეტრითაა დაწეული). ეს მომავალში იმოქმედებს წყლის რესურსებზე, ლანდშაფტებზე და ცოცხალ ორგანიზმებზეც კი. ჩვენი დეპარტამენტი ამ პრობლემატიკაზე მუშაობს. გვაქვს როგორც რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის, ასევე საერთაშორისო სამეცნიერო გრანტები,“ - განაცხადა პროფესორმა დავით კერესელიძემ.

მათემატიკის დეპარტამენტის ხელმძღვანელმა, ასოცირებულმა პროფესორმა ომარ ფურთუხიამ წარმოადგინა დაწვრილებითი სტატისტიკა მათემატიკის დეპარტამენტის მიერ გაწეული მუშაობის შესახებ. მან აღნიშნა, რომ დეპარტამენტში არასოდეს მიმდინარეობდა მხოლოდ სასწავლო პროცესი, რადგან ყველა თანამშრომელი ჩართულია სამეცნიერო-კვლევით მუშაობაში. „ამის დასტურია ის, რომ გასულ წელს ჩვენი თანამშრომლების მიერ იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში გამოქვეყნებულია 59 სამეცნიერო სტატია. ასევე საგულისხმოა, რომ სემესტრის განმავლობაში 3 უცხოელი პროფესორი გვყავდა მოწვეული,“ - განაცხადა ბატონმა ომარ ფურთუხიამ. მან მაღალი შეფასება მისცა კონფერენციის სექციურ მუშაობას და აღნიშნა, რომ წარმოდგენილი მოხსენებები მთლიანად საერთაშორისო მნიშვნელობის კვლევებს შეეხებოდა და მათი ძირითადი ნაწილი გამოქვეყნებული იყო იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში.

ფიზიკის დეპარტამენტის ხელმძღვანელმა, სრულმა პროფესორმა არჩილ უგულავამ მადლობა გადაუხადა ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის დეკანს, რამაზ ბოჭორიშვილს, ინიციატივისა და კონფერენციის ორგანიზებისათვის. „უნივერსიტეტი საგანმანათლებლო დაწესებულებაა და ის იმით განსხვავდება საჯარო სკოლისაგან, რომ უნივერსიტეტის პროფესორი აუცილებლად უნდა ეწეოდეს სამეცნიერო საქმიანობას. ჩვენ ამ კონფერენციით საჯაროს ვხდით ჩვენი სამეცნიერო მოღვაწეობის სპექტრს და ღირებულებას.

პლენარულ და შემაჯამებელ მოხსენებებს წინ უძღოდა სექციური მუშაობა, რითაც კარგად გავიცანით ერთმანეთის სამეცნიერო ინტერესები“ – განაცხადა მან.

საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის წევრ-კორესპონდენტმა, თსუ-ს ქიმიის მიმართულების ხელმძღვანელმა, სრულმა პროფესორმა შოთა სამსონიამ განსაკუთრებით გაუსვა ხაზი კონფერენციას, როგორც დეპარტამენტების სამეცნიერო მუშაობის ანგარიშის მოსმენის საუკეთესო ფორმას. „ეს არის პირველი კონფერენცია, რომლის ფარგლებშიც ყველა დეპარტამენტმა ჩააბარა 2012 წლის ანგარიში. განსაკუთრებით სასიხარულოა, რომ ამ კონფერენციაზე წარმოდგენილი იყვნენ დოქტორანტები. გარდა ამისა, მნიშვნელოვანია, რომ კონფერენცია დაგვირგვინდა ორი საინტერესო ნაწილით – ესაა, სამეცნიერო და შემაჯამებელი მოხსენებები. ჩვენ ქიმიის დეპარტამენტში შევთანხმდით, რომ მორიგეობით გავაკეთებთ ანგარიშს გაწეული მუშაობის შესახებ. წელს ანგარიში გააკეთა ფიზიკური და ანალიზური ქიმიის კათედრამ, მომავალ წელს ასეთივე ანგარიშს წარადგენს არაორგანული ქიმიის კათედრა, შემდეგ – ორგანული ქიმიის კათედრა და ა.შ. ვფიქრობთ, ამგვარი ღონისძიებები უნდა გაგრძელდეს, რაც ხელს შეუწყობს უნივერსიტეტში სამეცნიერო მუშაობის ხარისხის ამაღლებას,“ - განაცხადა მან.

კომპიუტერული მეცნიერებების მიმართულების ხელმძღვანელმა, სრულმა პროფესორმა ალექსანდრე გამყრელიძემ წარმოადგინა გაწეული მუშაობის ანალიზი და მომავლის გეგმებზე ისაუბრა. მან გამოკვეთა ის კონტაქტები, რომელიც დეპარტამენტს აქვს უცხოურ უნივერსიტეტებთან. განსაკუთრებით აღნიშნა მაქს პლანკის საზოგადოების ორი ინსტიტუტი, ზაარლანდის უნივერსიტეტი, ხელოვნული ინტელექტის კვლევის ცენტრი და მასთან არსებული ორი ინსტიტუტი, ასევე შვეიცარიისა და ამერიკის შეერთებული შტატების ინსტიტუტები.

გეოლოგიური დეპარტამენტის ხელმძღვანელმა, სრულმა პროფესორმა ბეჟან თუთბერიძემ ისაუბრა სამეცნიერო კვლევების იმ ფართო სპექტრზე, რომელსაც დეპარტამენტი მოიცავს. მან აღნიშნა, რომ კვლევები რამდენიმე წლიანია და შედეგები შესაძლოა მომავალ წელს შეჯამდეს, თუმცა სამეცნიერო მუშაობა მიმდინარეობს და ის საკმაოდ მრავალმხრივია. მან განსაკუთრებული ყურადღება დაუთმო დეპარტამენტში მიმდინარე გეოფიზიკურ სამუშაოებს და კვლევებს, რომელიც ვულკანებს და მასთან დაკავშირებული მადნეულის საბადოების არსებობას ან არსებობის საკითხის დადგენას შეეხება. მომავალში დეპარტამენტი იწყებს უცხოელ სპეციალისტებთან ერთობლივ მუშობას ვულკანების მონიტორინგის თაობაზე. „მოგეხსენებათ, არსებობს ასეთი სტატისტიკა, რომ ვულკანი შეიძლება არსებობდეს 7- 10 ათასი წელი და ის უკვე აღარ ამოიფრქვევა, მაგრამ ყაზბეგში და სხვაგან ჩვენ არ გაქვს ასეთი ვულკანები, რომელიც ამდენი ხნის მანძილზე არსებობენ, ამიტომ ასეთი ვულკანების მონიტორინგი აუცილებელია,“ - აღნიშნა მან.

ელექტრული და ელექტრონული ინჟინერიის დეპარტამენტის ხელმძღვანელმა, სრულმა პროფესორმა რომან ჯობავამ აღნიშნა, რომ დეპარტამენტი ახალი შექმნილია და იმდენი კვლევები, რამდენიც სხვა დეპარტამენტებს ჰქონდათ წარმოდგენილი, ამ დეპარტამენტში ჯერ არ შექმნილა, თუმცა მუშაობენ უცხოელ მეცნიერებთან ერთად და მომავალში ერთობლივი კცლევების შედეგები უკეთ გამოჩნდება.

ბიოლოგიის დეპარტამენტის ხელმძღვანელმა, სრულმა პროფესორმა დიანა ძიძიგურმა შემაჯამებელ მოხსენებაში ხაზი გაუსვა ბიოლოგიის დეპარტამენტის მიერ 2012 წელს გაწეულ მუშაობას და აღნიშნა, რომ ამგვარი კონფერენციის გამართვა მისასალმებელია, რადგანაც ამით უნივერსიტეტის სამეცნიერო საზოგადოებას საშუალება ეძლევა, დააკვირდეს კოლეგების საკვლევ თემატიკას და შესაძლოა საფუძველი ჩაეყაროს ინტერდისციპლინარულ კვლევებსაც. „ჩვენ ადრეც გვქონდა წელიწადში ერთხელ სამეცნიერო სემინარები, რომელზეც ვეცნობოდით ერთმანეთის მუშაობას, მაგრამ ასეთი შემაჯამებელი კონფერენცია ძალიან მნიშვნელოვანია. განსაკუთრებით საყურადღებო იყო დოქტორანტების მოსმენა სექციურ მუშაობაში. ბიოლოგიის დეპარტამენტს ბევრი დოქტორანტი ჰყავს და ამ სექციებზე მათმა ნაწილმა უკვე თითქმის დასრულებული თემა წარმოადგინა, ზოგმაც – გეგმის სახით გვაჩვენა, რა ეტაპზეა მისი სადოქტორო ნაშრომი. მათ მიეცათ საშუალება - თავი წარმოეჩინათ და გამოცდილება შეეძინათ. მიმაჩნია, რომ ჩვენს დეპარტამენტში მაღალი დონის სამეცნიერო მოხსენებები წარმოადგინეს.“ - აღნიშნა მან.

მეცნიერები კონფერენციის შესახებ

ალექსანდრე შენგელაია, კონდენსირებული გარემოს ფიზიკის მიმართულების სრული პროფესორი, თსუ -ის აკადემიური საბჭოს წევრი: „ძალიან კმაყოფილი ვარ იმით, რაც ამ დღეებში მოვისმინე. საკმაოდ შთამბეჭდავი მოხსენებები იყო და კიდევ ერთხელ ვრწმუნდები, რომ თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი საქართველოს მეცნიერების ავანგარდშია. ამას ადასტურებს, როგორც მოხსენებების სამეცნიერო დონე, ასევე გრანტების და საერთაშორისო ჟურნალებში გამოქვეყნებული სტატიების რაოდენობა. უაღრესად საინტერესო პლენარული მოხსენება ჰქონდა სრულ პროფესორ ნანა შათაშვილს, რომელიც მნიშვნელოვან პრობლემას ასტროფიზიკაში – დიდმასშტაბიან ობიექტებს შეეხებოდა. ასევე საინტერესო იყო ასისტენტ-პროფესორ თამარ ჭელიძის თეორიული ნაშრომი. მან ახსნა ნოტრდამის უნივერსიტეტში მიღებული ექსპერიმენტული შედეგები, რომელიც გამოქვეყნდა ნანოტექნოლოგიების კუთხით ერთერთ პრესტიჟულ და მაღალრეიტინგულ ჟურნალში. ამგვარი კონფერენციის ჩატარება ძალიან კარგი ინიციატივაა და მიმაჩნია, რომ მომავალში ის ტრადიციად უნდა იქცეს.“

ბეჟან ჭანკვეტაძე, ფიზიკური და ანალიზური ქიმიის მიმართულების სრული პროფესორი: „ეს ძალიან დიდი წამოწყებაა და თუ დროს გადაურჩა და გაგრძელდა, უნივერსიტეტის და ფაკულტეტის დღევანდელი ადმინისტრაციისთვის ესეც საკმარისი იქნება, რომ მათ უნივერსიტეტის განვითარებაში დიდი როლი შეასრულონ.

რაც შეეხება ზოგადად კონფერენციას, მხოლოდ ქიმიის სექციის მუშაობას ვესწრებოდი და, ჩემი აზრით, საერთო დონე მისაღებია. საუბარი იმაზე, რომ ეს არის საერთაშორისო დონის კონფერენცია – ცოტა გადამეტებული იქნებოდა, მაგრამ ფაქტია, რომ იყო კარგი მოხსენებებიც. განსაკუთრებით გამოვყოფდი დოქტორანტებს, რომელთა გამოსვლაში ნათლად ჩანდა ჯგუფებს შორის განსხვავება.

სამეცნიერო ნაწილიდან პირადად ჩემთვის ყველაზე დასამახსოვრებელი იყო ბატონ თეიმურაზ ლეჟავას მოხსენება. ასეთი მოხსენების გაკეთება ადვილი არ არის, რადგან ფაკულტეტი საკმაოდ მრავალფეროვანია, დარბაზში მრავალი დარგის სპეციალისტები სხედან და ეს ადამიანები რომ 35-45 წუთის განმავლობაში დააინტერესო, მოხსენება მათთვისაც გასაგები უნდა იყოს. ანუ, არ უნდა დაკარგო ოქროს ზღვარი პროფესიულ სამეცნიერო მოხსენებასა და ამ მოხსენების საჯარო ნაწილს შორის. ამისათვის საკმარისი არ არის მხოლოდ მეცნიერის მაღალი დონე, რისთვისაც საჭიროა დიდაქტიკა და მომხსენებლის დახვეწილი სტილი. ჩემი აზრით, ბატონი თეიმურაზის მოხსენება ამ თვალსაზრისით გამოირჩეოდა.

რაც შეეხება შემაჯამებელ მოხსენებებს, ვფიქრობ, ამ ნაწილს სერიოზული დახვეწა სჭირდება. რამდენადაც ვიცი, ფაკულტეტის დეკანის აზრი იყო, რომ უნდა წარმოჩენილიყო 2012 წლის განმავლობაში დეპარტამენტების მუშაობის სტატისტიკური მონაცემები. როგორც ჩანს, ზოგიერთი მომხსენებელი თავს არიდებს ამ საკითხებზე საუბარს, მაგრამ ეს აუცილებელია, რადგან წელიწადში ერთხელ ჩვენი შრომები შევაჯამოთ და ჩვენს კოლეგებს ანგარიში ჩავაბაროთ. ეს მასალა წარმოდგენილი უნდა იყოს დიფერენცირებულად თითოეული კათედრის, ინსტიტუტის, ლაბორატორიისა თუ სხვა სტრუქტურული ერთეულისათვის, რათა ცალსახად ჩანდეს, თუ როგორ ართმევს თავს ამა თუ იმ სტრუქტურული ერთეულის პერსონალი მასზე დაკისრებულ მოვალეობას. ამ თვალსაზრისით, მოხსენებების დახვეწა აუცილებელია. სხვაგვარად კონფერენციის ეს ნაწილი, რომელიც, ფაქტობრივად, საანგარიშო ხასიათის უნდა იყოს, თავის აზრს დაკარგავს“.

რამაზ ბოჭორიშვილი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის დეკანი: „მიმაჩნია, რომ კონფერენციამ მიზანს მიაღწია და ის ისეთ დონეზე ჩატარდა, რასაც უნივერსიტეტი თავის საიუბილეო დღეებში იმსახურებდა. ვფიქრობ, მომავალ წელს უკვე ტრადიციულად ქცეული საფაკულტეტო სამეცნიერო კონფერენცია კიდევ უფრო დიდ მიღწევებს აჩვენებს.“

გია დვალი „შავი ხვრელებისა და ინფორმაციული პარადოქსის შესახებ“

სამეცნიერო კონფერენციაზე დასკვნითი მოხსენება „შავი ხვრელების“ ფიზიკა და კოსმოლოგია“ წაიკითხა მაქს პლანკის ინსტიტუტის (გერმანია) დირექტორმა, ლუდვიგ მაქსიმილიანის უნივერსიტეტის (გერმანია) პროფესორმა, ნიუ-იორკის უნივერსიტეტის კოსმოლოგიისა და ნაწილაკების ფიზიკის ცენტრის პროფესორმა გია დვალმა.

დასაწყისში პროფესორმა დვალმა აღნიშნა, რომ მისთვის ძალიან დიდი პატივია კონფერენციის დახურვა მშობლიურ უნივერსიტეტში და ხაზი გაუსვა იმას, რომ მოხსენებაში წარმოდგენილია ის უახლესი შედეგები შავი ხვრელების ფიზიკაში, რაც მან მიიღო თანაავტორ ცეზარ გომესთან და დოქტორანტებთან ერთად. მომხსენებელმა ყურადღება გაამახვილა ერთეულთა სისტემაზე, რომელსაც ელემენტარული ნაწილაკების ფიზიკოსები საოცრად მოხერხებულობის გამო, ხანდახან ხუმრობით „ღმერთის ბოძებულს“ უწოდებენ. ამ ერთეულთა სის-

ტემაში ბუნებაში არსებული მაქსიმალური სიჩქარე, 300 000 კილომეტრი წამში, არ აქვს განზომილება, იგი სიდიდით ერთს უდრის და შეგვიძლია ყველაფერი სინათლის წამებში ან წლებში გავზომო (მაგალითად დედამიწიდან მთვარემდე მანძილი ერთი სინათლის წამია და ა.შ.). ამ სისტემაში სამყაროს მეორე უმნიშვნელოვანესი მუდმივა, ე.წ. პლანკის მუდმივაც (რომელიც გვაძლევს ათვლის წერტილს იმისას, თუ სად მთავრდება კლასიკური და სად იწყება კვანტური ფიზიკა) ერთის ტოლია. შემდეგ პროფესორმა მოკლედ მიმოიხილა კვანტური მექანიკის, როგორც ახალი მსოფლმხედველობის, წარმოშობის წინაპირობები: „როდესაც კლასიკურმა ფიზიკამ „კბილი მოიტეხა“ ატომში მიმდინარე პროცესების ახსნისას“ (როცა ფიზიკოსების უმრავლესობას მიაჩნდა, რომ დასრულდა ფიზიკა) და აღნიშნა, რომ შემეცნების პროცესში გარდაუვალია რევოლუციების არსებობა (სწორედ ასეთი ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი რევოლუცია იყო კვანტური მექანიკის შექმნა), მაგრამ ასეთი რევოლუციები არასოდეს ანგრევს წინა თეორიებს, არამედ ადგენს მათი გამოყენების საზღვრებს და ამ საზღვრების მიღმა, ახალი თეორია თავად იწყებს „მუშაობას“.

პროფესორმა დვალმა კითხვა დასვა და თავად გასცა პასუხი, თუ რატომ არის მისი სამეცნიერო ინტერესების სფეროში შავი ხვრელების ფიზიკა. კერძოდ, მან აღნიშნა, რომ შესაძლოა განმეორდეს XX საუკუნის დასაწყისში კლასიკური ფიზიკის „კრიზისის“ პერიოდი და შავი ხვრელების ფიზიკის შესწავლამ რაღაც ფუნდამენტალურად ახალი ცოდნა შეგვძინოს. მან ახსნა, რომ შავი ხვრელები წარმოადგენენ ძლიერად გრავიტირებად ობიექტებს, საიდანაც სინათლის სხივსაც კი არ შეუძლია გამოღწევა და ეს არ არის გადამეტებული მტკიცებულება. ნებისმიერი ობიექტი შეიძლება გადავაქციოთ შავ ხვრელად თუ მას შევკუმშავთ და იგი გადალახავს ე.წ. შვარცშილდის რადიუსს. მაგალითად, დედამიწის რადიუსი თუ დაახლოებით ერთი სანტიმეტრი გახდება, მაშინ ის შავ ხვრელად გადაიქცევა ანუ ეს მისი შვარცშილდის რადიუსია.

შავი ხვრელები ძალიან დიდი საიდუმლოებით მოცული ობიექტებია, რაც ფიზიკოსისთვის იმას ნიშნავს, რომ აბსოლუტურად ეჭვის გარეშე ვიცით ამ ობიექტის ფიზიკური თვისებები, მაგრამ არ გაგვაჩნია მათი ფუნდამენტალური ახსნა. მაგალითად, შავ ხვრელებს არ გააჩნია მეხსიერება საკუთარი წარმოშობის შესახებ. „ჩვენ შეგვიძლია შავი ხვრელი გავაკეთოთ კომპიუტერიდან, „ვეფხისტყაოსნიდან“ ან ნებისმიერი სხვა ობიექტიდან და ყველა ამ შავ ხვრელს ერთნაირი ფორმა და ფიზიკური მახასიათებლები ექნება. ძალიან ძნელია ეს ფიზიკოსმა „გადახარშოს“, რადგანაც შავი ხვრელი საკუთარ თავში რაღაც ინფორმაციას იკავებს, რომელსაც თქვენ ვეღარასოდეს ვერ ამოიკითხავთ“ - განაცხადა მან.

კვანტურ-მექანიკური თვალსაზრისით, შავ ხვრელებს რამდენიმე თვისება გააჩნიათ. პირველი ესაა ჰოუკინგის გამოსხივება, რომელმაც აჩვენა, რომ კვანტურ მექანიკურად შავი ხვრელები ასხივებენ (კლასიკური ფიზიკის თვალსაზრისით კი ისინი მონოლითური ძეგლია, რომელიც არ ასხივებს და რომელსაც ვერაფერს „ვერ უზამ“. ერთადერთი შეგიძლია, მასში ნებისმიერი რამ ჩაყარო და ის მხოლოდ ზომაში გაიზრდება – კლასიკურად მას მეტი არაფერი შეიძლება მოუვიდეს) და ამ გამოსხივების სპექტრი ზუსტად თერმულია, ანუ თქვენ ვერ გაიგებთ, ეს თერმული სპექტრი საიდან მივიღეთ – მეზობლისაგან თუ სხვა გალაქტიკისგან. ამ ფაქტის დადგენამ დიდი შოკი გამოიწვია მეცნიერთა და არა მარტო მეცნიერთა საზოგადოებაში, რადგანაც ჰოუკინგმა აქედან გააკეთა დასკვნა, რომ შავ ხვრელებს გააჩნიათ ე.წ. ინფორმაციის პარადოქსი, რომლის არსის გასაგებად გია დვალმა შემდეგი „მარტივი“ მსჯელობა შესთავაზა მსმენელებს: კლასიკური ფიზიკის თვალსაზრისით, შავი ხვრელი ესა არის ისეთი ყუთი, რომლის გახსნაც შეუძლებელია, რაც თავისთავად მართლაც უცნაური ფაქტია, მაგრამ ეს ჯერ კიდევ არ არის პარადოქსი, რადგანაც ვიცი, რომ იმ ყუთში გარკვეული ინფორმაცია მოვათავსე, რომელსაც ვერ ვხსნი, მაგრამ დანამდვილებით ვიცი, რომ ინფორმაცია იქ ინახება. პარადოქსის არსი კი იმაში მდგომარეობს, რომ კვანტურ – მექანიკურად ყუთი მთლიანად ორთქლდება, ანუ გარკვეული დროის გასვლის შემდეგ ჩემ მიერ შენახული ნებისმიერი ინფორმაცია უკვალოდ ქრება.

რას ნიშნავს ინფორმაციის დაკარგვა? ჩვეულებრივ, არის იმის შესაძლებლობა, რომ ბუხარში დამწვარი „ვეფხისტყაოსნიდან“ ალვადგინოთ ის ინფორმაცია, რაც დავწვით. ეს საკმარისად რთული ტექნიკური პრობლემაა, მაგრამ შესაძლებელია მისი გადაწყვეტა, ანუ ინფორმაცია ბუხარში შეგდებით არ იკარგება! რატომ? იმიტომ, რომ ბუხრის გამოსხივების სპექტრი არ არის ზუსტად თერმული და სწორედ სპექტრის თერმულობიდან გადახრაშია ჩაწერილი ის ინფორმაცია, რომელიც „ვეფხისტყაოსანში“ გვქონდა. შავი ხვრელი კი იმიტომ არის პარადოქსალური ობიექტი, რომ განსხვავება არ არსებობს, თუ რისგან წარმოიქმნა იგი – „ვეფხისტყაოსნისგან“ თუ სხვა რამისგან... და ამიტომ გამოსხივება იდენტურად თერმულია ანუ რაც არ უნდა ჩააგდოთ შავ ხვრელში, ყველაფერი ერთნაირად გაქრება – ინფორმაცია უკვალოდ იკარგება! ესა არის ძალიან დიდი საიდუმლოებით მოცული ფენომენი და უკვე დაახლოებით 40 წელია, რაც ჰოუკინგმა მას ინფორმაციული პარადოქსი უწოდა.

მეორე უმნიშვნელოვანესი კვანტურ-მექანიკური შედეგი ე.წ. ბეკენშტეინის ენტროპიის არსებობაა. ეს მეორე მისტერიაა, იმიტომ რომ ჩვენ დანამდვილებით ვიცით, რომ შავ ხვრელებს გააჩნიათ ეს ენტროპია, მაგრამ რატომ გააჩნიათ, არ ვიცით. „ეს მოხსენება იქნება იმის გაშიფრვა, თუ რატომ წარმოიშვა ინფორმაციული პარადოქსი. ეს იქნება ჩვენება იმისა, რომ სინამდვილეში ეს პარადოქსი არ არსებობს და ასევე გარკვევა იმისა, რა არის ის სუბსტანცია, რომელიც შავ ხვრელს ქმნის. ამ დარგში მოღვაწე ფიზიკოსთა უმრავლესობას, მათ შორის მეც, მიაჩნია, რომ არავითარი ინფორმაციული პარადოქსი არ არსებობს (თავად ჰოუკინგი მერყეობს - ხან ეთანხმება, ხან კი - არა. ყოფილა პერიოდები ნაძლევიც კი დაუდია მას ცნობილ ფიზიკოსებთან ამ თემაზე!). საქმე ისაა, თუ როგორ ვხსნით ინფორმაციის პარადოქსს? აქ შემდეგ ალტერნატივასთან გვაქვს საქმე: ან თავად ლოგიკური ჯაჭვია არასწორად აგებული, ან ის დაშვება, რომ რაც ჩანს, სწორი უნდა იყოს, არასწორია!“ - განაცხადა პროფესორმა დვალმა.

ჰოუკონგის დაშვება იყო ის, რომ გამოსხივების თერმულობიდან გადახრა ექსპონენციალურად დათრგუნული უნდა იყოს. ეს დაშვება სავსებით ლოგიკურად ჟღერს იმის გამო, რომ დიდი მაკროსკოპული ობიექტები იქცევიან ისე, როგორც კლასიკური ობიექტები. ეს დაშვება ყველა ფიზიკოსმა გაიზიარა – მართლაც, როგორ შეიძლება, რომ, მაგალითად, ჩვენი გალაქტიკის ცენტრში მოთავსებული უზარმაზარი შავი ხვრელისთვის (რომლის მასა მრავალჯერ აღემატება მზის მასას) კვანტური შესწორებები მნიშვნელოვანი იყოს. ჩვენი თეორიის თანახმად კი, პარადოქსი სწორედ იმიტომ წარმოიქმნება, რომ ეს კვანტური შესწორებები შავი ხვრელებისთვის არ არის მცირე და ამ მაკროსკოპული ობიექტისთვის რიგით ერთის ტოლია, ანუ რაც უნდა გასაკვირი იყოს, შავი ხვრელი არ აღიწერება კლასიკური ფიზიკით და მისთვის კვანტური მექანიკა არის ასპროცენტიანად მნიშვნელოვანი. ეს არის სწორედ მთავარი სიახლე და ამ პარადოქსის ახსნის კვანძი“ - განმარტა გია დვალმა.

მოხსენების დარჩენილ ნაწილში პროფესორმა გია დვალმა ახსნა, თუ როგორ შეიძლება არსებობდეს ისეთი მაკროსკოპული ობიექტები, რომელთათვისაც კვანტური ეფექტები ასე მნიშვნელოვანია. ამ უცნაური ფენომენის ასახსნელად მან გაიხსენა ლაპლასის პირველი იდეა შავი ხვრელის შესახებ და მოკლედ მიმოიხილა იგი. შემდეგ აღნიშნა, რომ შავი ხვრელები შვარცშილდმა აღმოაჩინა, როგორც კლასიკური სინგულარობის მქონე ამონახსნები ეინშტეინის განტოლებებისა. „გრავიტაციული ველი ისეთივე კლასიკური ველია, როგორც ელექტრომაგნიტური ველი, რომელიც მაქსველის განტოლებებით აღიწერება. ამ ფონზე პროფესორმა დვალმა ახსნა, თუ რას ნიშნავს კლასიკური ველი. „საქმე ისაა, რომ კვანტური მექანიკის თვალსაზრისით, ერთადერთი რაც არსებობს, ნაწილაკებია, ანუ ყველაფერი ნაწილაკებისაგან შედგება და როდესაც ნაწილაკები ძალიან ბევრია, იქმნება იმის ილუზია, რომ თქვენ გაქვთ რაღაც უწყვეტი გარემო ანუ კლასიკური ველი. ასევე ზუსტად კლასიკური გრავიტაციული ველი არის ერთობლიობა გრავიტაციის გადამტანი უამრავი ნაწილაკისა, რომელთაც ჩვენ გრავიტონებს ვეძახით და დედამიწა იმიტომ გვიზიდავს, რომ დედამიწის გარშემო არსებობს მთელი ჰალო გრავიტონებისა – დაახლოებით 1066 გრავიტონი. ეს რიცხვი კი იმდენად დიდია, რომ გრავიტაციული ველი უწვეტ გარემოდ გვეჩვენება და შესაბამისად კლასიკურ ველზე ვლაპარაკობთ,“ - განაცხადა პროფესორმა დვალმა..

გია დვალმა ასევე ისაუბრა ე.წ. პლანკის სიგრძის მნიშვნელობაზე, რომელიც 10-33 სანტიმეტრია და ხაზგასმით აღნიშნა რომ პლანკის სიგრძეზე მცირე მანძილებზე ლაპარაკს ფიზიკურად აზრი არ აქვს.

მოხსენების შემდგომ ნაწილში გია დვალმა აღნიშა, რომ შავი ხვრელი არის კონგლომერატი, რომელიც იქმნება ნაწილაკებისაგან, რომელთაც გააჩნიათ მაქსიმალური ოკუპაციის რიცხვი, ანუ მოცემულ ყუთში ვდებთ ნაწილაკების მაქსიმალურ რაოდენობას. სინამდვილეში შავი ხვრელი მაკროსკოპული ობიექტია, რომელიც დგას ფაზური გადასვლის წკიპზე და მისთვის კვანტური მექანიკა უმნიშვნელოვანესია. ეს არის ბუნების ძალზე საინტერესო ფენომენი, რომელიც ამჟამად ბოლომდე გააზრებული არც კი არის და სწორედ ეს მიდგომა ავტომატურად ხსნის ზემოთ განხილულ პარადოქსებს, ანუ ვიცით, რომ სინამდვილეში არავითარი პარადოქსები არ წარმოიშვება თუ შავ ხვრელებში, მათი მაკროსკუპულობის მიუხედავად, კვანტურ ეფექტებს უმნიშვნელოვასი ადგილი უკავია.

და ბოლოს, მომხსენებელმა ისაუბრა იმ უკანასკნელ მიღწევებზე, რომლებიც მან თავის დოქტორანტებთან ერთად მიიღო. მან აღნიშნა, რომ შავ ხვრელზე უფრო მეტი ინფორმაციის შემნახავი და გადამამუშავებელი არ არსებობს.

მოხსენების დასასრულს გია დვალმა პასუხები გასცა დარბაზის მრავალრიცხოვან შეკითხვას.

ავტორების ელექტრონული მისამართები:
maiatoradze@yahoo.com
teimuraz.nadareishvili@tsu.ge

თსუ

გამოყენებით მათემატიკაში სასწავლო-სამეცნიერო სკოლა მოსწავლეთათვის

გიორგი ჯაიანი

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სრული პროფესორი, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფოუნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თსუ ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორი

ნატალია ჩინჩალაძე

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი, ასისტენტ-პროფესორი, ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თსუ ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორის მოადგილე

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტს (თსუ გმი) აქვს საშუალო სკოლის მოსწავლეებთან მუშაობის დიდი ტრადიცია. გასული საუკუნის 70-იანი წლებიდან 2006 წლამდე ინსტიტუტში ფუნქციონირებდა ნორჩ მათემატიკოსთა და პროგრამისტთა სკოლა, რომლის აღსაზრდელებიც წლების განმავლობაში დომინირებდნენ მათემატიკოსთა და ინფორმატიკოსთა, როგორც რესპუბლიკურ ასევე მსოფლიო ოლომპიადებში. მათი უმრავლესობა უნივერსიტეტის დამთავრების შემდეგ სხვადასხვა ტიპის ორგანიზაციებში მუშაობს და მაღალი ავტორიტეტით სარგებლობს საქართველოში და ქვეყნის ფარგლებს გარეთაც. ინსტიტუტში შექმნილი იყო აგრეთვე საქართველოს მოსწავლეთა ნაკრების მომზადების ცენტრი (საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის მხარდაჭერით), რომლის აღზრდილებმაც საერთაშორისო მათემატიკურ ოლიმპიადებზე მოიპოვეს 1 ოქროს, 4 ვერცხლის, 14 ბრინჯაოს მედალი და მრავალი საპატიო სიგელი.

2012 წლიდან თსუ გმი-ს ბაზაზე მოქმედი თბილისის საერთაშორისო ცენტრის მათემატიკასა და ინფორმატიკაში (TICMI) სამეცნიერო შეკრებების დეპარტამენტის (ხელმძღვანელი ი. ფ. გულვერი) ინიციატივით და „თსუ – საბავშვო უნივერსიტეტის (კოორდინატორი მ. ლომოური) მონაწილეობით, ახალი ფორმით, განახლდა ურთიერთობა საშუალო სკოლის მოსწავლეებთან. აღსანიშნავია, რომ TICMI დაარსებულია ევროპის მათემატიკური საზოგადოების ეგიდით და მის მუშაობას წარმართავს საერთაშორისო სამეცნიერო კომიტეტი, რომლის შემადგენლობაში შედიან: დ. ნატროშვილი (საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო), პ. ფრეიტასი (ლისაბონის უნივერსიტეტი, პორტუგალია), თ. შერვაშიძე (თსუ ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი), გ. ჯაიანი (თსუ გმი, კომიტეტის თავმჯდომარე), მ. ჯაკუინტა (უმაღლესი ნორმალური სკოლა – Scuola Normale Superiore, იტალია), ო. ჯილ-მედრანო (ვალენსიის უნივერსიტეტი, ესპანეთი). თსუ გმი-ში 2012 წლის 18-29 ივნისს ჩატარდა ზაფხულის, ხოლო 2013 წლის 8-18 იანვარს ზამთრის სკოლა დევიზით: „ნაბიჯ, ნაბიჯ, ცოდნისაკენ“. ღონისძიებაში მონაწილეობა მიიღეს მოსწავლეებმა მთელი საქართველოდან მეხუთედან

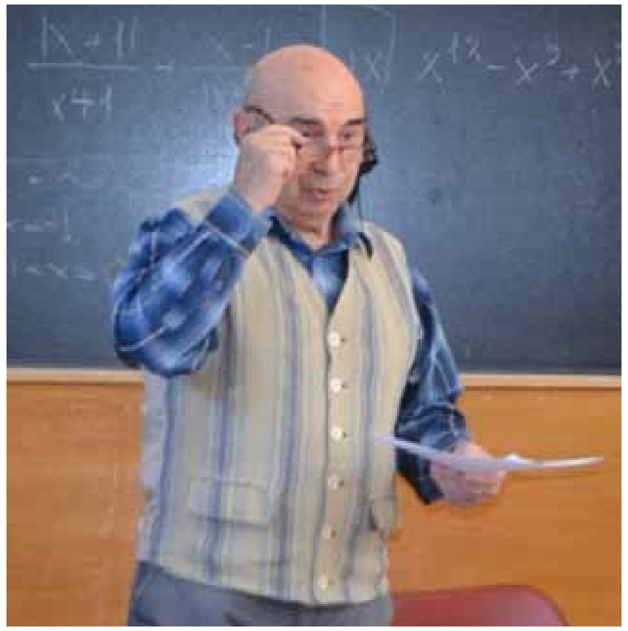
ზამთრის სკოლის გახსნა
მარჯვნიდან: მ. ლომოური,
გ. ჯაიანი (მომხსენებელი), ჟ. ბოლქვაძე

მეთორმეტე კლასის ჩათვლით. მოსწავლეები დაყოფილი იყვნენ სამუშაო ჯგუფებად კლასების შესაბამისად. ზაფხულის და ზამთრის სკოლაში საერთო ლექციებს ატარებდნენ და სამუშაო ჯგუფებში მუშაობას წარმართავდნენ თსუ გმი-ს თანამშრომლები,- თსუ ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მათემატიკის დეპარტამენტის პროფესურა, სასწავლო-სამეცნიერო ლაბორატორიების თანამშრომლები და წარჩინებული მაგისტრანტები: თ. მეუნარგია (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), ჯ. შარიქაძე (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), თ. ჯანგველაძე (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), ზ. კიღურაძე (მეცნიერ-თანამშრომელი), ნ. ხატიაშვილი (მეცნიერ-თანამშრომელი), ვ. ჯიქია (მეცნიერ -თანამშრომელი), ნ. ქალდანი, დ. გორდეზიანი (ემერიტუს პროფესორი, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), თ. ვაშაყმაძე (ემერიტუს პროფესორი, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), თ. თადუმაძე (სრული პროფესორი, უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), გ. გიორგაძე (ასოცირებული პროფესორი, უფროსი მენიერ-თანამშრომელი), ი.ფ. გულვერი (დოქტორანტი, მეცნიერ-თანამშრომელი), ხ. რუხაია (გამოყენებითი ლოგიკისა და პროგრამირების ლაბორატორიის გამგე), გ. გელაძე (მათემატიკის დეპარტამენტის მათემატიკური მოდელირებისა და გამოთვლითი მათემატიკის ლაბორატორიის თანამშრომელი), ლ. ტიბუა (გამოყენებითი ლოგიკისა და პროგრამირების ლაბორატორიის თანამშრომელი), ნ. თოთიბაძე (მაგისტრანტი, თსუ გმი სპეციალისტი), ა. კვინიკაძე (მაგისტრანტი, თსუ გმი სპეციალისტი), მ. კვინიკაძე (მაგისტრანტი, თსუ გმი სპეციალისტი), თ. მხეიძე (მაგისტრანტი) და გ. ტეფნაძე (მაგისტრანტი). სკოლის ორგანიზებაში აქტიური მონაწილეობა მიიღეს თსუ გმი-ს ყოფილმა თანამშრომლებმა: ჟ. ბოლქვაძემ და მ. მამამთავრიშვილმა.

პროექტის მიზანი იყო სკოლის მოსწავლეებისთვის გაეცნო მათემატიკის გამოყენებითი ასპექტები, ორგანიზება გაეკეთებინა სკოლის მოსწავლეების შეხვედრებისთვის წარმატებულ მეცნიერებთან, შესაძლებლობის ფარგლებში ხელი შეეწყო მოსწავლეებისთვისკვლევითი უნარ-ჩვევების გამომუშავებაში.

ზამთრის სკოლის პროგრამა შედგებოდა ხუთი ნაწილისგან: 1) მოუსმინე (მეცნიერების ლექციების მოსმენა); 2) გაიმეორე (ჯგუფის ხელმძღვანელთან ერთად მოსმენილი მასალის განმტკიცება თვალსაჩინო სავარჯიშოებისა და მაგალითების განხილვით);

პროფ. თ. ვაშაყმაძე



პროფ. დ. გორდეზიანი

პროფ. ჯ. შარიქაძე

პროფ. თ. მეუნარგია

3) შეისვენე; 4) შენი ცოდნა გაუზიარე (მოსმენილი მასალის ბაზაზე მიღებული ცოდნის მოსწავლეთა მიერ ურთიერთგაზიარება ჯგუფის ხელმძღვანელის და მეცნიერის მეთვალყურეობით); 5) ითამაშე (მოსწავლეთათვის გათვალისწინებული იყო სპორტული, ხატვის და სიმღერის წრეების მუშაობა). მოსწავლეთა ძალებით სკოლის დახურვის დღეს ჩატარდა კონცერტი. გარდა ამისა, მოეწყო ექსკურსიები თსუ-ს ზოოლოგიისა და მინერალოგიის მუზეუმებში.

ზამთრის სკოლის მუშაობის პროცესში შერჩეული თხუთმეტი მოსწავლე შაბათობით ზაფხულამდე გააგრძელებს შეხვედრებს მეცნიერ-ხელმძღვანელებთან.

სკოლის ბოლო დღეს ჩატარდა მოსწავლეთა, მშობელთა, პროფესორ-მასწავლებელთა და მეცნიერთა გამოკითხვა. გამოკითხულებმა დადებით შეფასებასთან ერთად გამოთქვეს გარკვეული მოსაზრებები და სურვილები, რომელთა გათვალისწინება კიდევ უფრო ეფექტიანს გახდის მოსწავლეებთან მუშაობას.

მომავალ ზამთრის სკოლაში ქართველ მოსწავლეებთან ერთად ჩართული იქნებიან მოსწავლეები თურქეთიდანაც.

ზამთრის სკოლის დახურვას დაესწრო უნივერსიტეტის რექტორი ბატონი ა. კვიტაშვილი. მან მოიწონა მოსწავლეებისთვის ჩატარებული სკოლები და განსაკუთრებით მნიშვნელოვნად მიიჩნია მასში სახელოვანი და ღვაწლმოსილი მეცნიერების მონაწილეობა. ამასთან, მიზანშეწონილად ჩათვალა ნორჩ მათემატიკოსთა და პროგრამისტთა სკოლის აღდგენაც.

ზამთრის სკოლის დახურვა
მარჯვნიდან: ა. კვიტაშვილი (თსუ რექტორი), მ. ლომოური, ნ. ჩინჩალაძე

კარსტული მღვიმე – „თსუ-95“

გიორგი დვალაშვილი

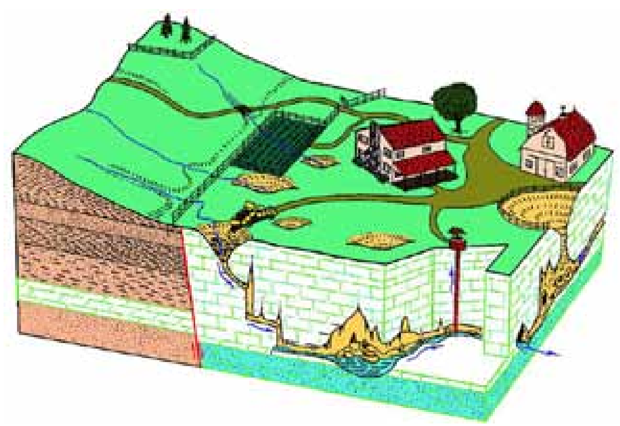
თსუ, ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის
გეოგრაფიის დეპარტამენტის ასისიტენტ-პროფესორი

თსუ ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის გეოგრაფიის დეპარტამენტის მკვლევარებმა 95 წლის იუბილესთან დაკავშირებით ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტს განსაკუთრებული საჩუქარი გაუკეთეს — ჭიათურის მუნიციპალიტეტის სოფელ ითხვისში აღმოჩენილ კარსტულ მღვიმეს მათ „თსუ-95“ უწოდეს.

ადამიანის მიერ მღვიმეებით სარგებლობას რამდენიმე ასეული ათასი წლის ისტორია აქვს. თავდაპირველად ბუნებრივ სიღრუვეებს ჯერ საცხოვრისებად იყენებდნენ, ხოლო უფრო მოგვიანებით აკისრებდნენ მათ საომარი დროის თავშესაფრების, საკულტო, სამეურნეო და სხვა დანიშნულების სათავსოთა როლს. მღვიმეს, როგორც საცხოვრისს, თავისი ღირსებები და ნაკლოვანებაც აქვს. მას არ სჭირდება აშენება, ამიტომაც კარსტული და ზოგიერთი სხვა ტიპის ბუნებრივი მღვიმეები ადამიანს ავდრისაგან და მზის ცხარე შუქისაგან ერთადერთ თავშესაფარს აძლევდნენ მანამდე, სანამ იგი ისწავლიდა სახლების მშენებლობას. ხელოვნურად აგებული საცხოვრებისაგან განსხვავებით, მღვიმე არც დაინგრევა და არც დაიწვება. სამხრეთისაკენ გაღებული მღვიმეები საკმაოდ თბილია, ხოლო საცხოვრისის უარყოფითი მხარეები მდგომარეობს მისი მდებარეობის ბუნებრივად გაპირობებულობაში, რაც ადამიანს ართმევს საცხოვრებელი ადგილის არჩევანის შესაძლებლობას. მღვიმური საცხოვრისების უარყოფითი ზეგავლენა ორგანიზმზე დასტურდება მღვიმური დათვისა და მღვიმეებში მცხოვრები პირველყოფილი ადამიანის ძვლების პათოლოგიური დამახინჯებებითაც, რაც მოწმობს მღვიმეთა მობინადრეების ხშირ დაავადებას რევმატიზმებითა და ხერხემლის ანთებით ქვის ხანაში. ასეა თუ ისე, ქვის ხანაში ადამიანს უხდებოდა მღვიმეებში ბინადრობა [1].

ისტორიულ ხანაში მღვიმეების გამოყენება ხდებოდა სამეურნეო, საკულტო, სამხედრო მიზნებისათვის. სამეურნეო გამოყენება მდგომარეობდა: ა) შინაური პირუტყვის დამწყვდევაში (დასაცავად) ან ნებაყოფლობით შესვლაში (გასაგრილებლად). ბ) მღვიმური წყლებისა და თოვლ-ყინულის ექსპლუატაციაში. გ) საკვები პროდუქტის (ხორცის, ღვინის და სხვათა) შენახვაში, რასაც ხელს უწყობდა მღვიმეების დაბალი, თანაბარი ტემპერატურა. დ) მღვიმეებში არსებული სასარგებლო წიაღისეულის გამოყენებაში, ე) მღვიმური ჰაერით მკურნალობაში, რისი პრაქტიკაც ჯერ კიდევ I საუკუნეშია აღნიშნული.

მღვიმეთა გამოყენება საკულტო მიზნებისთვის გამოიხატებოდა კარსტულ მღვიმეებში ტაძრების, მონასტრების, ეკლესიების, სალოცავების მოწყობა-მშენებლობით. ამავე ჯგუფს მივაკუთვნებთ კარსტულ მღვიმეებში ადამიანთა ნეშტების დაკრძალვის ჩვეულებასაც. მღვიმეების თავდაცვითი გამოყენება მდგომარეობდა ომიანობის დროს მათში მოსახლეობისა და ძვირფასი ნივთების შეხიზვნა-გადამალვაში.



ნახ. 1. კარსტული რელიეფის სქემა

ბუნებრივ მღვიმეთა პრაქტიკული მნიშვნელობა დღეისათვის შემდეგში მდგომარეობს: ა) მღვიმეების წყლების გამოყენებაში, ბ) საკანალიზაციო ექსპლუატაციაში, გ) მღვიმურ მკურნალობაში, დ) მღვიმურ ტურიზმში, ე) მღვიმური სასარგებლო ნამარხების მოპოვებაში, ვ) მღვიმეების საწყობებად გამოყენებაში, ზ) მღვიმეებში საბოსტნე კულტურების ზამთრობით მოყვანაში და ა.შ. მღვიმური წყლების სასმელად გამოყენება დასაშვებია იმ შემთხვევებში, თუ დადგენილია მათი იზოლირებულობა არაჰიგიენური ზედაპირული წყლისაგან. ამგვარი მიწისქვეშა ნაკადები წყალს იკრებენ დაუსახლებელი ზედაპირული აუზებიდან, ტყიანი და ალპური სარტყელების ფარგლებში [2].

კარსტული წყლების გაჭუჭყიანების ასაცილებლად საჭიროა აიკრძალოს დახოცილი პირუტყვის კარსტულ ჭებსა და ძაბრებში ჩაყრა, რასაც ხშირად სჩადიან მწყემსები, მღვიმური წყლები გამოიყენება მოთენას (ოდიში), ჭიშურას, ღრუდოს (იმერეთი), ჯიხაშკარისა (ოდიში) და სხვა მღვიმეებში. ანტიკურ ხანაში ბერძნები და რომაელები სარგებლობდნენ კარსტული მღვიმეებით ზოგიერთი რაიონის ჭარბი წყლების დასაწრეტად და ამით შესაძლებლობას ქმნიდნენ დახშულ ტაფობებში მიწათმოქმედებისა და მოსახლეობის არსებობისათვის. უფრო გავრცელებულია კარსტული სიღრუვეების საკანალიზაციო გამოყენება დასახლებული პუნქტების ფარგლებში (ნახ. 1).

მღვიმური გარემო აღჭურვილია გარკვეული სამკურნალო თვისებებით, სპელეოთერაპია საკმაოდ გავრცელებულია, სამკურნალო მიზნით გამოიყენება, როგორც თბილი (თერმებიანი), ისევე ჩვეულებრივი (ცივი) კარსტული მღვიმეებიც.

ჩვეულებრივი მღვიმეების სამკურნალო მნიშვნელობა დაკავშირებულია იმასთან, რომ კირქვულ სიღრუვეებში ატმოსფერულ წყალთან ერთად შედის რადიოაქტიური ნახშირბადის (C_{14}-ის) შემცველი ნახშირორჟანგი (CO_2). რადიოაქტიური ნახშირბადი გროვდება სტალაქტიტებში, სტალაგმიტებსა და სხვა ნაღვენთებში. დადგენილია, რომ რადიონახშირბადი ხელს უწყობს მღვიმეებში ჰაერის იონიზაციას. ეს განსაკუთრებით ძლიერია ეხებში (გროტებში), სადაც ჰაერი თითქმის უძრავია. ბეტაგამოსხივება დადებითად მოქმედებს ადამიანის ორგანიზმზე, კურნავს რევმატიზმს, გულის სნეულებებს, ასთმას, ყივანახველას, ქრონიკულ ბრონქიტს. ცივ კარსტულ მღვიმეებში მკურნალობა უკვე ტარდება ზოგიერთ მღვიმეებში. მკურნალობის ფაქტორებად გვევლინებიან მაღალი სინესტე, ჰაერის სისუფთავე და სხვადასხვა სახეობის ობის სოკო, რომლებიც ძლიერ ანტიბიოტიკებს წარმოადგენენ, ეს ყველაფერი ხელს უწყობს ბრონქიალური ასთმის მკურნალობას. თბილ მღვიმეებში სამკურნალო ფაქტორებია ორთლი და ტერმები (ბუნებრივად თბილი წყლები). ამასთან დაკავშირებით, ამ ტიპის სამკურნალო მღვიმეებს შორის განასხვავებენ ორ ქვეტიპს: ორთქლიანსა და წყლიანს. ორთქლიანში 41 გრადუსის ტემპერატურის მქონე ნესტიან ჰაერში ჩათბუნებით მკურნალობენ რევმატიზმს, ნევრალგიებს, ნევრიტებს, სასუნთქი გზებისა და ლიმფატური სისტემების დაავადებებს, ქრონიკულ ოტიტებს, გინეკოლოგიურ სნეულებებს, კანისა და სისხლის მიმოქცევის დაავადებებს. მღვიმეებში, სადაც ტემპერატურა 44-50 გრადუსს უდრის, ავადმყოფებს უკეთებენ ორთქლის აბაზანებს, მკურნალობენ ართრიტებს, ართროზებს, რევმატული ხასიათის სახსრებისა და კუნთების დაავადებებს, იშიასს, მარილოვან პოლიართრიტს, ურემიას, სისხლის მიმოქცევის სნეულებებს. უფრო ხშირია მკურნალობა წყლოვან თბილ მღვიმეებში.

მღვიმეთა სამკურნალოდ გამოყენებისას საჭიროა სიფრთხილე, მღვიმის სპეციალური შესწავლა და დაავადების ზუსტი საექიმო დიაგნოზი. მღვიმეებში ყოფნა მავნებელია ტუბერკულოზით დაავადებულთათვის. ყოფილა შემთხვევები, როდესაც უხეიროდ მოწყობილ მღვიმურ მკურნალობას საწინააღმდეგო (უარყოფითი) შედეგი მოჰყოლია. ბუნებრივი (კარსტული) მღვიმეების გარდა, მიწისქვეშა მკურნალობა ქვამარილის მაღაროებშიც წარმოებს. მარილის ნაწილაკებით გაჟენთილი, ბაქტერიებს მოკლებული, მუდმივი ტემპერატურის მქონე ჰაერი და ზოგ შემთხვევაში მაღალი ატმოსფერული წნევაც კურნავს სასუნთქი გზების, კანის დაავადებებს, ბრონქიალურ ასთმას, ყივანახველას და სხვა სნეულებებს.

მთელი რიგი ბუნებრივი და ხელოვნური მღვიმეები მასობრივი ტურიზმის ობიექტებს წარმოადგენენ და ზოგან ნაკრძალებადაცაა გამოცხადებული, ასევე სხვა ტურისტულ ობიექტებთან ერთად შედის ეროვნულ პარკებში. გარდა ამისა, მთელი რიგი შესანიშნავი მღვიმეებისა და გამოქვაბულებისა პიარის გარეშეც მრავალ მნახველს იზიდავს. ბევრი მღვიმე და გამოქვაბული თანამედროვე ტექნიკური საშუალებებით კეთილმოწყობილია (ელექტროგანათება, მისადგომი გვირაბები, ლიფტები, მიწისქვეშა მდინარეებზე და ტბებზე სამოგზაურო ნავები, სახიფათო ადგილებში აგებული აივნები, მაჯირები, კიბეები და ა.შ.). მღვიმური ტურიზმი და ექსკურსიები მნიშვნელოვან შემოსავალს აძლევს სახელმწიფოს. საქართველოში გარდა ახალი ათონის, სათაფლიის, პრომეთეს (წყალტუბოს) და ნავენახევის მღვიმეებისა, მასობრივი ტურიზმის ობიექტად გადაქცევის პერსპექტივა აქვთ აბრსკილის, ცუცხვათის, უშოლთის, ნაზოდელავოს, გარახას, კორცხელის, ნახიზნევის, „თსუ-95“, კოტიასკლდისა და ხვედელიძეების კლდის და სხვა მღვიმეებს.

ნახ 2, 3, 4, 5. კარსტული მღვიმე „თსუ-95“ ჭიათურის მუნიციპალიტეტის სოფ. ითხვისის ტერიტორიაზე

მღვიმეებში ჯერ კიდევ მოიპოვება სასარგებლო ნედლეული — ფოსფორიტები, გუანო, ისლანდიური შპატი, ფლუორიტი და სხვ. ხელოვნური სასუქები ყოველთვის როდი უწევს მეტოქეობას ბუნებრივ ფოსფორიებს, - ეს უკანასკნელები განირჩევიან უფრო მაღალი ღირსებით და სადაც დიდი რაოდენობითაა, დამუშავების ობიექტს წარმოადგენენ. მსოფლიოში ჯერ კიდევ ბევრია ფოსფორიტების დიდი მარაგის შემცველი სიღრუვეები, რომლებიც ზედაპირს ვიწრო ხვრელებით უკავშირდებიან და ამიტომ დღემდე უცნობია. თუ გავითვალისწინებთ, რომ დასავლეთ საქართველოს კარსტული ზოლი უშუალოდ მიკრულია და ნაწილობრივ ემთხვევა ძვირფასი სუბტროპიკული სასოფლო-სამეორნეო კულტურების (ჩაის, ციტრუსებისა და სხვათა) ზონას, რომელიც საჭიროებს მაღალხარისხოვან სასუქს, ნათელი გახდება მღვიმური ფოსფორიტების გამოვლინების დიდი მნიშვნელობა ჩვენი ქვეყნის ეკონომიკისათვის. გუანოს საბადოს შექმნა ხელოვნურადაც შეიძლება მღვიმეებში, თუ ისინი ადამიანისათვის და მტაცებელი ცხოველებისათვის ჩაკეტილი იქნება და აღიჭურვება ღამურების შესაფრენი და სავენტილაციო ხვრელებით [3].

მღვიმე გამოდგება და ნაწილობრივ კიდევაც გამოყენებულია კვების პროდუქტების (ღვინის, ხილის, ყველის, მარცვლეულის, ბოსტნეულის), სასოფლო-სამეურნეო და სამშენებლო ინვენტარის საწყობებად. ამას ხელს უწყობს მღვიმეთა თანაბარი, ზომიერი ტემპერატურა, მაღალი შეფარდებითი სინესტე და სიბნელე, მაგრამ საჭიროა მღვიმეების წინასწარი შესწავლა და შესანახი პროდუქტების თვისებების გათვალისწინება, აგრეთვე მღვიმეთა კეთილმოწყობა. მღვიმეებში, ხელოვნური დღის სინათლის გამართვით შეიძლება ზამთრობითაც ბოსტნეულის ზოგიერთი კულტურის მოყვანა-მომწიფება. მცენარეთა ზამთრულ ვეგეტაციას მღვიმეებში ხელს უწყობს თანაბარი ტემპერატურა, რომელიც საქართველოს ბარის პირობებში 12-14 აღწევს.

მღვიმური ტურიზმის განვითარებას ჭიათურის მუნიციპალიტეტში დიდი პერსპექტივები აქვს; მუნიციპალიტეტი, ძირითადად, კირქვულ ზოლშია გაშენებული, რაც ხელს უწყობს კარსტული პროცესების განვითარებას. აქ მრავლადაა კარსტული მღვიმე-გამოქვაბულები, რაც საფუძველს ქმნის რაიონში ტურიზმის განვითარება საკმაოდ ინტენსიურად წარიმართოს. თავისი ბუნებრივი ეგზოტიკით გამოირჩევა მდინარე ყვირილის კანიონისებურ ხეობაში არსებული მღვიმეები და ხელოვნური გამოქვაბულები.

თსუ-95 მღვიმე, რომელიც თსუ-ს დაარსების 95 წელთან დაკავშირებით აღმოჩენილი და შესწავლილი იქნა თსუ-ს ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის გეოგრაფიის დეპარტამენტის ასისტენტ პროფესორ გიორგი დვალაშვილის და თსუ-ს ვახუშტი ბაგრატიონის გეოგრაფიის ინსტიტუტის მიერ, მდებარეობს მდ. ყვირილას მარცხენა ფერდობზე, გამომუშავებულია ზედაცარცულ კირქვებში. მისასვლელი გზა მდინარე ყვირილას ხეობიდან არის როგორც საფეხმავლო ბილიკი, აგრეთვე საჰაერო საკიდი საბაგირო გზა (ნახ. 2,3,4,5).

მღვიმის წინა ნაწილი (შესასვლელის სიმაღლე 6 მ, სიგანე 10 მ) 20 მეტრი სიგრძის დაბალი დერეფნითაა წარმოდგენილი, რომელიც ძალზე ვიწრო და დაბალი ხვრელით მღვიმის მეორე, უფრო ვრცელი დარბაზს (სიგანე 10 მ, სიმაღლე 8 მ) უკავშირდება. მღვიმეში რამდენიმე განშტოება გამოიყოფა. აბსოლუტური სიმაღლე 505 მ, ხოლო მდინარის შეფარდებითი სიმაღლე 110 მ. ქიმიური ნალექებიდან გვხვდება კალციტის ქერქგადაკრული უბნები; მექანიკურიდან ნგრევის და გამოფიტვის ადგილობრივი პროდუქტები, სტალაქტიტები და სტალაგმიტები. მღვიმის წინა ნაწილი დინამიურია, ბოლო – სტატიური, ჰაერის ტემპერატურა მღვიმის წინა მონაკვეთში, წინა მონაკვეთი მშრალია, მეორე — შედარებით სველი. დროებითი ღვარების შემოსვლის პერიოდული ხასიათი აქვს. მღვიმეში ბინადრობენ ღამურები და სხვადასხვა სახის მწერები, ისტორიული დროის ნაგებობა.

აუცილებელია შემდგომი კომპლექსური კვლევა ჩატარდეს მღვიმეში. მღვიმის ათვისება შესაძლებელია ტურისტული მიზნებისათვის, აგრეთვე საწავლო-საგანმანათლებლო მიზნით. მღვიმეში შესაძლებელია ჩატარდეს საველე ლექციები, როგორც სტუდენტებისათვის, აგრეთვე მოსწავლეებისათვის, აუცილებელია მღვიმე „თსუ-95“ დაცული იქნეს, რათა არ მოხდეს ნაღვენთი ფორმების (სტალაქტიტების, სტალაგმიტების, სტალაგნატების) ადამიანის მიერ მექანიკური დაზიანება.

giorgi.dvalashvili@tsu.ge

თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტი – უნიკალური, მრავალმხრივი, ეფექტური

დოქტ. მარინა ლომოური

თსუ რექტორის მრჩეველი,
თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტის
კოორდინატორი

„თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტი" - ეს, ერთი შეხედვით, პარადოქსული შინაარსის დასახელება, კარგად არის ცნობილი ჩვენი უნივერსიტეტის პროფესორებისა და სტუდენტებისათვის - ის მრავალ საინტერესო, შემეცნებით სასწავლო პროგრამას აერთიანებს, რომელშიც მონაწილეობა ნებისმიერი, როგორც საჯარო, ასევე კერძო სკოლის, მოსწავლისათვის მისაწვდომი და უსასყიდლოა.

როგორ შეიქმნა თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტი? თსუ -ის დაარსების დღიდან, არა ერთი პროფესორი, საკუთარი ინიციატივითა და საამისო გასამრჯელოს გარეშე, მუშაობდა სკოლის მოსწავლეებთან, უტარებდა სასწავლო/საგანმანათლებლო ლექციებს, ცდილობდა მეცნიერებისადმი მათი ინტერესის გაღვივებას, სხვადასხვა სახის კვლევით საქმიანობაში ჩართვასაც კი. სწორედ ამ კეთილშობილურ ტრადიციაზე დაყრდნობით, 2007/08 წლებში, ჩვენი ქვეყნის პირველ და უდიდეს, ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში, სკოლასთან მუშაობის სისტემური პროექტი - „თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტი" ჩამოყალიბდა, რომელიც 2011 წელს ევროპის უნივერსიტეტების საბავშვო უნივერსიტეტების გაერთიანებაში (EUCU NET – the European Children's Universities Network http://eucu.net/) გაწევრიანდა.

EUCU NET-ის დეკლარაციაში ვკითხულობთ - უპირველესი მიზანი, რამაც ამ ორგანიზაციის ჩამოყალიბება განაპირობა, არის თანამედროვე, დემოკრატიული, საუნივერსიტეტო ევროპის რწმენა, რომ ყველა ბავშვს, განურჩევლად მისი ეროვნების, სარწმუნოების და სოციალური წარმომავლობისა, უნდა ჰქონდეს ხარისხიანი განათლების მიღების შესაძლებლობა, რაც სახელმწიფოს მიერ უნდა იყოს უზრუნველყოფილი. ცივილიზებული საზოგადოება მიიჩნევს, რომ უმაღლესი განათლების მქონე ადამიანი სახელმწიფოსათვის უაღრესად ფასეულ სტრატეგიულ რესურსს წარმოადგენს, დიდწილად უფრო მნიშვნელოვანს, ვიდრე წიაღისეული ან სხვა ბუნებრივი რესურსია. ხოლო სწავლის სურვილის, მეცნიერებისადმი ინტერესის გაღვივება კი სწორედ საბავშვო უნივერსიტეტების საქმიანობის უშუალო ამოცანას წარმოადგენს.

ასეთ საერთაშორისო ორგანიზაციაში გაწევრიანება, ცხადია, თავისთავადაც დიდი პატივია, მით უფრო, რომ უნივერსიტეტმა ამის უფლება უკვე განხორციელებული საქმიანობით უნდა დაიმსახუროს. მაგრამ უფრო მნიშვნელოვანია, რომ ამ ორგანიზაციის კრედო სავსებით შეეფერება იმ ძირითად ჰუმანისტურ ფასეულობებსა და პრინციპებს, რაზედაც, დღიდან დაარსებისა, დგას თსუ. მართლაც, დღესაც, მიუხედავად ქვეყანაში არსებული ეკონომიკური პრობლემებისა, თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტი ჰუმანისტური, დემოკრატიული, მერკანტილური მიდგომებისაგან თავისუფალი პროექტია.

აღსანიშნავია, რომ თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტის საქმიანობა დღეს ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ერთ-ერთი პრიორიტეტია. ამ, მეტად მრავალმხრივი, მასშტაბური პროექტის წარმატება შეუძლებელი იქნებოდა თსუ-ის რექტორატისა და ადმინისტრაციის მხრიდან მხარდაჭერისა და დახმარების გარეშე. ხოლო იმას, რომ საბავშვო უნივერსიტეტის, როგორც პროექტის, საქმიანობა მნიშვნელოვან ძალისხმევასთან არის დაკავშირებული და საკმაოდ რთულია, ისიც ადასტურებს, რომ ანალოგიური პროექტი, მიუხედავად მცდელობებისა, ვერც ერთ

სხვა ქართულ უნივერსიტეტში ვერ განხორციელდა და, ამდენად, თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტი ქართულ საუნივერსიტეტო სივრცეში სრულიად უნიკალურ მოვლენას წარმოადგენს.

ამ პროექტის ფარგლებში, თსუ-ში, მოსწავლეებისათვის მეცნიერების სხვადასხვა დარგებში „ნორჩთა სკოლების“ პროგრამები მიმდინარეობს – იკითხება ლექციები, ტარდება ლაბორატორული მეცადინეობები, იმართება კონფერენციები, ვიქტორინები, გასვლითი ღონისძიებები და ა.შ.

თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტის დევიზია – Scientia potentia est – ცოდნა ძალაა.

ამ საქმიანობაში აქტიურად მონაწილეობენ უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერების ფაკულტეტის ენთუზიასტი პროფესორები და თანამშრომლები: გ. დვალაშვილი, ი. თავხელიძე, ო. თაბორიძე, რ. ინწკირველი, ხ. კახიანი, რ. ლომსაძე, ლ. მაჭავარიანი, თ. ნადარეიშვილი, დ. ნიკოლაიშვილი, მ. რუსია, მ. რუხაძე, შ. საბაშვილი, შ. სამსონია, ვ. ტრაპაიძე, ნ. შათაშვილი, ი. ჩიკვაიძე, დ. ძიძიგური, თ. ჭელიძე, და სხვები; სტუდენტები: გ. აბულაძე, ლ. კანკაძე, ნ. კვიტაშვილი, გ. ლომიძე, ო. სახელაშვილი, თ. ქიმერიძე და სხვები მონაწილეობენ. მათ დიდი ღვაწლი მიუძღვით ამ პროექტის წარმატებაში, რისთვისაც დიდ მადლობას მოვახსენებთ.

აშკარაა, რომ დღევანდელ პირობებში, სასკოლო განათლების და განსაკუთრებით ზუსტი და საბუნებისმეტყველო საგნების ცოდნის ხარისხის ასაწევად, მრავალმხრივი, კომპლექსური მიდგომა უნდა განხორციელდეს, რასაც ჩვენ, თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტის საქმიანობაში, ყოველთვის ვითვალისწინებთ.

მოსწავლეების დიდი მოწონებით სარგებლობს „ნორჩ ასტრონომთა სკოლა“, რომელიც პლანეტარიუმში ტარდება. ამ სკოლის სალექციო კურსის მოსმენას მით უფრო დიდი მნიშვნელობა აქვს მოსწავლის მსოფლმხედველობის ჩამოყალიბებისათვის, რომ სკოლის პროგრამაში ასტრონომია სავალდებულო საგანს აღარ წარმოადგენს. სამი ლექციისაგან შემდგარი კურსი მოისმინეს მოსწავლეებმა მე-2-დან მე-12 კლასის ჩათვლით. ცხადია, რომ ლექციები მოსწავლეებისათვის გასაგები და მისაწვდომი ტერმინოლოგიისა და ლექსიკის მეშვეობით, მათი ასაკისა და საბაზისო ცოდნის მოცულობის გათვალისწინებით აიგება და უნდა ითქვას, რომ ინტერესი ამ პროგრამის მიმართ სულ უფრო იზრდება.

დიდი ყურადღება და ინტერესი გამოიწვია თსუ ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის, თბილისის საერთაშორისო ცენტრის მათემატიკასა და ინფორმატიკაში და თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტის უკანასკნელმა დიდმა ერთობლივმა პროექტმა - გამოყენებითი მათემატიკის სამეცნიერო ზამთრის სკოლა 2013-მა „ნაბიჯ-ნაბიჯ ცოდნისაკენ“, რომელიც 2013 წლის 08-18 იანვარს ჩატარდა (პირველი სკოლა გამოყენებით მატემატიკაში ჩატარდა 2012 წლის ივლისში).

გამოყენებითი მათემატიკის სამეცნიერო ზამთრის სკოლაში მონაწილეობის სურვილი 200-ზე მეტმა მოსწავლემ განაცხადა, რომელთაგანაც 50 მოსწავლე იქნა შერჩეული. მოსწავლეები 4 ასაკობრივ ჯგუფად დაიყვნენ. ლექციებსა და მეცადინეობებს მათ თსუ ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის ღვაწლმოსილი მეცნიერები, პროფესორები, თანამშრომლები უტარებდნენ: გ. გელაძე, გ. გიორგაძე, დ. გორდეზიანი, თ. ვაშაყმაძე, თ. მეუნარგია, ხ. რუხაია, ლ. ტიბუა, ჯ. შარიქაძე, ვ. ჯიქია; დოქტორანტები და მაგისტრანტები: ჟ. ბოლქვაძე, მ. გაგოშიძე, ი.ფ. გულვერი, ა. და მ. კვინიკაძეები, მ. ზაუტაშვილი, მ. მამამთავრიშვილი, თ. მხეიძე, გ. ტეფნაძე; მოწვეული პედაგოგები: ნ. ბალახაძე (ჭადრაკი), ე. დოლმაზოვა (ხატვა), ა. როინიშვილი (მუსიკა).

სკოლა საზეიმო შეხვედრითა და სკოლის მსმენელთა მონაწილეობით გამართული კონცერტით დასრულდა.

ყოველთვის ხალისიანად და ემოციურად მიმდინარეობს ვიქტორინები გეოგრაფიაში. გამარჯვებულები კი სიამოვნებით იღებენ მონაწილეობას შემეცნებით ექსკურსიებში, რომლებსაც ასისტენტ პროფ. გ.დვალაშვილი ხელმძღვანელობს.

მნიშვნელოვანია ის ფაქტი, რომ თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტი ძალიან აქტიურად მუშაობს რეგიონებში. ლექციები და შეხვედრები პატარა ქალაქების და სოფლების სკოლებშიც ტარდება, რასაც უაღრესად დიდი მნიშვნელობა აქვს რეგიონში მცხოვრები მოსწავლეებისათვის - ასეთი კონტაქტი მრავალი მათგანისათვის უნივერსიტეტთან, მეცნიერებასთან, შესაძლებელია, ერთადერთი შეხება იყოს და მოსწავლეში მეცნიერებისადმი ინტერესის გაღვიძების კატალიზატორის როლი შეასრულოს.

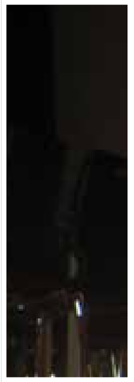
უაღრესად საინტერესო იყო თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტისა და ქ.რუსთავის რესურს-ცენტრის ხელმძღვანელის, მ.უგულავას, ერთობლივი ინიციატივით განხორციელებული ქალაქის სკოლების სამეცნიერო კონფერენცია/კონკურსები, რომლებიც მათემატიკაში, ფიზიკაში, გეოგრაფიასა და სხვა საგნებში ჩატარდა.

ამ ბოლო დროს ჩატარებული მასშტაბური გასვლითი ღონისძიებები სტეფანწმინდაში, ამბროლაურში, ახალციხესა და ხაშურში, რომლის დროსაც ლექციები და პრეზენტაციები არა მარტო ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის პროფესორებმა, არამედ სტუდენტებმაც წარმოადგინეს, უაღრესად შთამბეჭდავი იყო მოსწავლეებისათვის.

გასვლითი ღონისძიებები როგორც თბილისის, ასევე რეგიონის სკოლებში თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტის საქმიანობის უმნიშვნელოვანესი ნაწილია. ამ დროს განსაკუთრებული ყურადღება თსუ-ის, როგორც ქვეყნის პირველი და მთავარი უნივერსიტეტის, პრეზენტაციას ეთმობა. ამავე მიზანს ემსახურება პროექტი „თსუ-დესპანი“, რომელიც ზუსტ და საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტის დეკანის, პროფ. რ.ბოჭორიშვილის უშუალო ხელმძღვანელობითა და ფაკულტეტის სტუდენტთა მონაწილეობით, უკვე მეორედ, ხორციელდება.

ამ წერილში თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტის საქმიანობის მხოლოდ მცირე ნაწილია წარმოდგენილი. ლექციები, ლაბორატორული მეცადინეობები, სემინარები, მთელი სასწავლო წლის განმავლობაში მიმდინარეობს. ჩვენი მუშაობის გამოცდილება გვიჩვენებს, რომ თსუ-საბავშვო უნივერსიტეტი მოსწავლეებში სწავლისადმი, მეცნიერებისადმი ინტერესის გაზრდას, თვალსაწიერის გაფართოებას უწყობს ხელს, ამიტომ მომავალში ჩვენ საქმიანობის უფრო დიდ მასშტაბს, მეტ მრავალფეროვნებას, მოსწავლეთა მეტი ჩართულობის მიღწევას ვგეგმავთ.

ვიქტორინა – 2012



რუსუდან ინწკირველი

ბიოლოგიის დოქტორი, თსუ ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის სამეცნიერო კვლევებისა და განვითარების სამსახურის უფროსი

დალი ნიკოლაიშვილი

ასოცირებული პროფესორი, თსუ ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

რამდენიმე წელია, რაც ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში ფუნქციონირებს „საბავშვო უნივერსიტეტი“, რომლის მთავარი მიზანია სკოლის მოსწავლეთა ცოდნის ამაღლებისათვის ხელშეწყობა, სტიმულირება, მიიღონ მეტი ცოდნა და შეძლონ თავიანთი ინტელექტუალური პოტენციალის გამოვლება. უნივერსიტეტის პროფესორ-მასწავლებლები საკუთარ ცოდნასა და გამოცდილებას უზიარებენ მოსწავლეებს, რაც ხელს უწყობს მომავალი თაობების საუნივერსიტეტო აკადემიურ სივრცეში ინტეგრაციას.

მოსწავლეები რეგულარულად ესწრებიან უნივერსიტეტის პროფესორ-მასწავლებლების მიერ მათთვის სპეციალურად ორგანიზებულ ლექციებს მათემატიკაში, ფიზიკაში, გეოგრაფიაში, ქიმიასა და ბიოლოგიაში. მეცნიერული კვლევის ელემენტარული უნარ-ჩვევების განვითარების მიზნით ტარდება მარტივი ლაბორატორიული ექსპერიმენტები, სადაც მოსწავლეები უშუალოდ არიან ჩართულნი პრაქტიკულ საქმიანობაში. მოსწავლეთა დიდ ინტერესს იწვევს სასწავლო-შემეცნებითი ექსკურიები საქართველოს სხვადასხვა კუთხეში, კონფერენციები, საზაფხულო აკადემიები, განსაკუთრებით კი ვიქტორინები. ეს ღონისძიებები, უდავოდ ახდენს გავლენას მოსწავლეთა აკადემიურ მოსწრებასა და პროფესიული ორიენტაციის გარკვევაზე.

2012 წელს ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის ორგანიზებით გაიმართა „ვიქტორინა-2012“, რომელშიც მონაწილეობა მიიღეს საქართველოს საჯარო და კერძო სკოლის X-XII კლასების მოსწავლეებმა. მოსწავლეები ერთდროულად ქიმია, ბიოლოგია, ფიზიკა, მათემატიკასა და გეოგრაფიაში ეჯიბრებოდნენ ერთმანეთს. გუნდური პრინციპით ჩატარებულმა ვიქტორინამ მეტი სიხალისე და აზარტი შეძინა შემეცნებით–გასართობ ღონისძიებას. სკოლებიდან მონაწილეობდა მხოლოდ თითო გუნდი, 6 მოსწავლის შემადგენლობით. გუნდებს შერჩეული ჰქონდათ საინტერესო და საოცრად ლამაზი სახელები: “ვიქტორია“, “გლობუსი“, “იყალთო“, “ქიმერიონი“, ''ორიონი'' და სხვ. დიდი პასუხისმგებლობა ეკისრებოდა გუნდის კაპიტანს, რომელსაც მრავალი სავარაუდოდან სწორი პასუხი უნდა შეერჩია კითხვებზე. პასუხების მოფიქრებისას მეტად ხალისობდნენ მოსწავლეები. იყო კამათი, დისკუსია, ემოციები, სიხარული. მტკიცედ შეკრული გუნდური ერთიანობა კიდევ უფრო მეტ დამაჯერებლობას ანიჭებდა მათ. სწორად გაცემული პასუხის სიხარული და შეძახილები არღვევდა უნივერსიტეტის სააქტო დარბაზის მდუმარებას. სააზროვნო და ლოგიკურ მსჯელობაზე დამყარებულ შეკითხვებზე პასუხების მოფიქრებისთვის განკუთვნილი დროის ხანგრძლივობა და ქულათა რაოდენობა დამოკიდებული იყო შეკითხვის სირთულეზე. ქულების დაჯამებით ხდებოდა შემდგომ ეტაპზე გასულთა და გამარჯვებულთა გამოვლენა.

ვიქტორინის შეკითხვები მოამზადეს თსუ ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის პროფესორ-მასწავლებლებმა: მათემატიკაში – ასოც. პროფ. თენგიზ კოპალიანმა, ფიზიკაში – ასისტ. პროფ. თეიმურაზ ნადარეიშვილმა, გეოგრაფიაში – ასოც. პროფ. დალი ნიკოლაიშვილმა და ასისტ. პროფ. გიორგი დვალაშვილმა, ბიოლოგიაში – ასისტ. პროფ. ეკა ბაკურაძემ და ასისტ. პროფ. ირინა მოდებაძემ, ქიმიაში – ქიმიის დოქტორებმა მაია რუსიამ და ნაირა ნარიმანიძემ. ღონისძიებების საერთო კოორდინატორია ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის სამეცნიერო კვლევებისა და განვითარების სამსახურის უფროსი, ბიოლოგიის დოქტორი რუსუდან ინწკირველი. ვიქტორინის ორგანიზებაში მონაწილეობა მიიღეს დეკანის თანაშემწემ ნინო ტყეშელაშვილმა, ასისტენტ პროფესორმა თამარ ჭელიძემ და ქიმიის დოქტორმა ხათუნა კახიანმა. ღონისძიების მსვლელობისას საორგანიზაციო და პროცედურული საკითხების მოგვარებაში მეტად ხალისით ერთვებოდნენ ფაკულეტეტის სტუდენტებიც.

„ვიქტორინა-2012“ რამდენიმე ტურად ჩატარდა. ორი შესარჩევი ტურის შემდეგ 22 გუნდმა ნახევარფინალის საგზური მოუპოვა თავიანთ სკოლას. ფინალი, რომელიც 2012 წლის 24 დეკემბერს გაიმართა, განსაკუთრებით შთამბეჭდავი აღმოჩნდა მოსწავლეთათვის. ფინალურ ტურში მონაწილეობის უფლება მოიპოვა 10 გუნდმა. გამარჯვებულ 3 გუნდს ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერბეთა ფაკულტეტის დეკანმა, პროფ რამაზ ბოჭორიშვილმა სერთიფიკატები და ფასიანი საჩუქრები გადასცა. საოცარი სიხარული დაეუფლათ პირველ ადგილზე გასული თბილისის 52–ე საჯარო სკოლის გუნდის “იუნკერების“ მოსწავლეებს, როცა გუნდის თითოეულ წევრს ნანატრი ელექტრონული წიგნი – კინდელი გადაეცათ. ბლოკნოტივით პატარა ელექტროწიგნი, რომელშიც შესაძლებელია ათასობით წიგნის განთავსება, მოსწავლეთა თვალწინ სრულიად ახალი სამყაროს არეალს ხსნის. მეორე და მესამე ადგილები მოიპოვეს გურჯაანის მუნიციპალიტეტის ვაზისუბნისა და თბილისის კლასიკური გიმნაზიის საჯარო სკოლის გუნდებმა – „ვაზი“ და „ბინული“. ამ გუნდების მოსწავლეებს ესოდენ პრაქტიკული და საჭირო შ ფლეშ მეხსიერებები ერგოთ. ფინალი დიდი საახალწო განწყობით იყო დატვირთული, რომელიც დასრულდა ჩვენი ფაკულტეტის სტუდენტების კონცერტით.

საბაკალავრო პროგრამა მათემატიკა, 2013-2017 წლები

პროგრამის სახელწოდება:	მათემატიკა , Mathematics
მისანიჭებელი კვალიფიკაცია:	მეცნიერებათა ბაკალავრი მათემატიკაში, Bachelor of Science in Mathematics
პროგრამის მოცულობა კრედიტებში:	240 კრედიტი
სწავლების ენა:	ქართული

პროგრამის ხელმძღვანელები/კოორდინატორი:

რამაზ ბოჭორიშვილი, სრული პროფესორი, პროგრამის კოორდინატორი;
უშანგი გოგინავა, სრული პროფესორი;
თეიმურაზ ვეფხვაძე, სრული პროფესორი;
თამაზ თადუმაძე, სრული პროფესორი;
ელიზბარ ნადარაია, სრული პროფესორი;
როლანდ ომანაძე, სრული პროფესორი;
გიორგი ჯაიანი, სრული პროფესორი.

პროგრამის მიზანი

მათემატიკა, მისი აბსტრაქტული ბუნების გამო გამოყენებადია თითქმის ნებისმიერ დისციპლინაში, აგრეთვე თითქმის ნებისმიერ სიტუაციაში, რომელიც მოითხოვს ანალიტიკურ აზროვნებას. საბაკალავრო პროგრამის მიზანია:

1. მისცეს სტუდენტს ისეთი ცოდნა და უნარ-ჩვევები, რომელთა გამოყენებაც შესაძლებელია **თეორიულ** ან/და **პრაქტიკულ** კონტექსტში მათემატიკის სხვადსხვა დარგში წარმოქმნილი პრობლემების **გაგების, ანალიზის, შეფასების და გადაწყვეტის** თვალსაზრისით.
2. უზრუნველყოს განსხვავებული საგანმანათლებლო მისწრაფებების მქონე სტუდენტთა ინტერესის დაკმაყოფილება მათთვის **ზოგადი (ფართო) განათლების, ვიწრო სპეციალიზებული განათლების და ინტერდისციპლინარული განათლების** მიღების საშუალების შეთავაზებით.
3. უზრუნველყოს კურსდამთავრებულები ისეთი ცოდნით და უნარ-ჩვევებით, რომ მათ შეძლონ **სწავლის გააგრძელება** განათლების შემდეგ საფეხურზე **ქვეყნის შიგნით** ან **საზღვარგარეთ**, იყვნენ კონკურენტუნარიანები შრომით ბაზარზე.

სწავლის შედეგი

დარგობრივი კომპეტენციები, ცოდნა და გაცნობიერება

■ მათემატიკის ფუნდამენტური კონცეფციების, პრინციპებისა და თეორიების ცოდნა;
■ ფორმალური განსაზღვრებების შემოღებისა და მათი გამოყენების უნარი;
■ მათემატიკურ მეცნიერებათა სხვადასხვა დარგებიდან საკვანძო თეორემების ჩამოყალიბება და დამტკიცება;
■ მათემატიკური გამოთვლებისათვის აუცილებელი სპეციალიზებული პროგრამული პაკეტის/დაპროგრამების ენის ცოდნა;
■ „ელემენტარული მათემატიკის" გაღრმავებული ცოდნა;
■ მათემატიკის ისტორიული განვითარებისა და მეცნიერულ და ტექნოლოგიურ აზროვნებაზე მისი ზეგავლენის ზოგიერთი ასპექტის ცოდნა.

დარგობრივი კომპეტენციები, ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენება

■ დამტკიცების აღქმის და ლოგიკური მათემატიკური მსჯელობის უნარი მოცემულობების, დაშვებების და დასკვნების მკაფიო იდენტიფიკაციით;
■ მკაცრი დამტკიცებების აგების უნარი;
■ რეალური სამყაროს მოვლენების მატემატიკური მოდელირების უნარი;
■ მათემატიკური ტექნიკის გამოყენების უნარი ამოცანათა ამოსახსნელად:
■ ამოცანათა ამოხსნის მეთოდების ჩამოყალიბების და ანალიზის უნარი;
■ ამოცანის ამონახსნის თვისებათა ანალიზისა და გამოკვლევის უნარი;
■ ანალიტიკური/სიმბოლური და რიცხვითი მეთოდების, აგრეთვე შესაბამისი გამოთვლითი ტექნიკის გამოყენება ამოცანათა ამოსახსნელად.

ზოგადი / ტრანსფერული კომპეტენციები

დასკვნის უნარი
■ აბსტრაქტული აზროვნების, ანალიზისა და სინთეზის უნარი;
■ პრობლემის იდენტიფიცირების, დასმისა და გადაწყვეტის უნარი;
■ გააზრებული გადაწყვეტილების მიღების უნარი;

კომუნიკაციის უნარი
■ საინფორმაციო და საკომუნიკაციო ტექნოლოგიების გამოყენების უნარი სხვადასხვა წყაროდან ინფორმაციის მოძიების, დამუშავების და სათანადო დონეზე პრეზენტაციის მიზნით;
■ მსჯელობისა და მისგან გამომდინარე დასკვნების ნათლად, ზუსტად და ადრესატისათვის მისაღები ფორმით მიწოდების უნარი, როგორც ზეპირად ისე წერილობით;

სწავლის უნარი
■ დამოუკიდებლად მუშაობის უნარი;
■ გუნდში მუშაობის უნარი;

ღირებულებები
■ პროფესიული ეთიკის სტანდარტების დაცვა.

სწავლის შედეგის მიღწევის დონე

პირველი დონე

სწავლის შედეგის პირველი დონის მიღწევა განსაზღვრულია მათემატიკის საბაკალავრო პროგრამით გათვალისწინებულ **დისციპლინებში**, რომლებიც **I-IV სემესტრებში** ისწავლება. პირველი დონის მიღწევა გულისხმობს:
(ა) მათემატიკური სასწავლო კურსების ძირითადი თეორემების და მათი დამტკიცებების გაცნობიერებას;
(ბ) სტუდენტისთვის ცნობილი არატრივიალური ამოცანების მსგვსი ამოცანების ამოხსნის უნარს;
(გ) არამათემატიკურად ჩამოყალიბებული მარტივი ამოცანების ამოხსნის მიზნით მათი მათემატიკურ ტერმინებში ფორმულირების უნარს;
(დ) გამოთვლითი ტექნიკის გამოყენებით სტუდენტისთვის ცნობილი ამოცანების მსგავსი ამოცანების ამოხსნის უნარს.

მეორე დონე

სწავლის შედეგის მეორე დონის მიღწევა განსაზღვრულია საბაკალავრო პროგრამით გათვალისწინებულ დისციპლინებში, რომლებიც V-VIII სემესტრებში ისწავლება. მეორე დონის მიღწევა გულისხმობს:
(ა) სტუდენტისათვის ნაცნობი მათემატიკური შედეგების არაიდენტური, მაგრამ მათთან ცხადად დაკავშირებული დებულებების დამოუკიდებლად დამტკიცების უნარს;
(ბ) არამათემატიკურად ჩამოყალიბებული საშუალო სირთულის ამოცანების ამოხსნის მიზნით მათი მათემატიკურ ტერმინებში ფორმულირების უნარს;
(გ) ისეთი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის უნარს, რომლებიც სტანდარტული მიდგომის ფარგლებში გარკვეული ორიგინალობის გამოვლენას მოითხოვს;
(დ) მარტივი არამათემატიკური მოვლენებისა და პროცესების აღწერისა და ახსნის მიზნით მათი მათემატიკური მოდელის აგების უნარს;
(ე) მარტივი ამოცანებისთვის გამოთვლითი მოდელის აგების უნარს.

კონცენტრაცია მათემატიკის მასწავლებელი, დარგობრივი კომპეტენციები, ცოდნა და გაცნობიერება
■ განათლების თეორიებისა და მეთოდოლოგიის საფუძვლების ცოდნა;
■ განათლების ფსიქოლოგიისა და მოზარდთა განვითარების ფსიქოლოგიის ცოდნა;
■ სწავლისა და სწავლების სტრატეგიების ცოდნა;
■ მათემატიკაში ეროვნული სასწავლო გეგმით გათვალისწინებული მიმართულებების ცოდნა;
■ მათემატიკის ეროვნული სასწავლო გეგმის სტრუქტურისა და მოთხოვნების ცოდნა;
■ საგანმანათლებლო სისტემის სტრუქტურისა და მიზნების გაგება;

კონცენტრაცია მათემატიკის მასწავლებელი, დარგობრივი კომპეტენციები, ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენება
■ მოსწავლეთა მრავალფეროვნებისა და სწავლის სირთულეების დანახვა და მათზე რეაგირების უნარი;
■ სწავლებისა და სწავლის სტრატეგიების გამოყენების უნარი;
■ ეროვნული სასწავლო გეგმის მიხედვით გაკვეთილის დაგეგმვისა და ჩატარების უნარი;
■ მათემატიკური ცნებების წარმოშობისა და ისტორიული განვითარების გამოყენების უნარი;
■ სწავლების პროცესის დაგეგმვისა და განხორციელების სხვადასხვა სტრატეგიის გამოყენების უნარი;
■ კონკრეტულ კრიტერიუმებზე დაყრდნობით და განსხვავებული სტრატეგიების გამოყენებით სწავლის შედეგების შეფასების დაგეგმვისა და განხორციელების უნარი;
■ სწავლების პროცესში ელემენტარული მათემატიკის მეცნიერული საფუძვლების გამოყენების უნარი.

კონცენტრაცია მათემატიკის მასწავლებლის შესაბამისი სწავლის შედეგი მიიღწევა მათემატიკის მასწავლებლის ბლოკის შესაბამისი სასწავლო კურსებში კრედიტის მოპოვების შედეგად.

განსავითარებელი კომპეტენციებსა და სწავლის შედეგებს შორის ურთიერთკავშირის შესახებ დეტალური ინფორმაცია მოცემულია სწავლის შედეგების რუკასა და სილაბუსში.

კონცენტრაცია მათემატიკური მეთოდები ეკონომიკაში,
დარგობრივი კომპეტენციები, ცოდნა და გაცნობიერება

- ეკონომიკური ურთიერთობების ძირითადი პრინციპების ცოდნა;
- ეკონომიკური ობიექტების და პროცესების ფორმალიზაციის მეთოდოლოგიის ცოდნა;
- კონკურენტულ საბაზრო გარემოში ოპტიმალური გადაწყვეტილების მიღების თეორიების საფუძვლების ცოდნა;
- ეკონომიკური და ფინანსური შინაარსის ამოცანების სტატისტიკური მოდელირების მეთოდების ცოდნა;
- შემთხვევითი ფაქტორების გათვალისწინებით ოპტიმიზაციის მეთოდოლოგიის ცოდნა;
- ეკონომიკური საქმიანობის ოპტიმალურად დაგეგმვის რიცხვითი ალგორითმების ცოდნა;
- ეკონომიკაში მათემატიკური მეთოდებზე დაყრდნობით კონკრეტული ამოცანების გადასაწყვეტად გამოთვლების ჩასატარებლად აუცილებელი პროგრამული პაკეტის/დაპროგრამების ენის ცოდნა;
- ეკონომიკაში მათემატიკური მეთოდების გამოყენების ისტორიული განვითარების ზოგიერთი ასპექტის ცოდნა

კონცენტრაცია მათემატიკური მეთოდები ეკონომიკაში,
დარგობრივი კომპეტენციები, ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენება

- ეკონომიკური ობიექტების და პროცესების მათემატიკური მოდელირების უნარი;
- მათემატიკურ დებულებებზე დაყრდნობით ეკონომიკური დასკვნების მიღების უნარი;
- ეკონომიკური საქმიანობის ოპტიმალურად დაგეგმვის უნარი;
- კონკრეტული მონაცემების საფუძველზე ეკონომიკური პროცესების სტატისტიკური ანალიზის ჩატარების უნარი;
- ეკონომიკური ამოცანების სტატისტიკური ანალიზის საფუძველზე რეკომენდაციების შემუშავების უნარი;
- საბაზრო კონკურენციის პირობებში ოპტიმალური გადაწყვეტილების მიღების უნარი;
- ეკონომიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდების ჩამოყალიბების და ანალიზის უნარი;
- კონკრეტული ეკონომიკური ამოცანების ამოსახსნელად რიცხვითი მეთოდების და შესაბამისი გამოთვლითი ტექნიკის გამოყენების უნარი

კონცენტრაცია მათემატიკური მეთოდები ეკონომიკაში შესაბამისი სწავლის შედეგი მიიღწევა მათემატიკური ეკონომიკა ბლოკის შესაბამისი სასწავლო კურსებში კრედიტის მოპოვების შედეგად.

დასაქმების სფეროები

სწავლის პროცესში მიღებული ცოდნა და უნარ-ჩვევები ფართო ასპარეზს უხსნის მათემატიკის საბაკალავრო პროგრამის კურსდამთავრებულს. ზოგადი კომპეტენციების დიდი ნაწილი, რომელსაც მათემატიკის სასწავლო კურსები ბუნებრივად ანვითარებს, საერთაშორისო გამოკითხვების შედეგების მიხედვით მნიშვნელოვანია პოტენციური დამსაქმებლებისთვის. კურსდამთავრებულთა ნაწილი ტრადიციულად მუშაობს განათლების, მეცნიერების, ბიზნესის სფეროში, სახელმწიფო სტრუქტურებში; ნაწილი – აგრძელებს სწავლას განათლების შემდეგ საფეხურებზე, როგორც მათემატიკის ასევე სხვა მიმართულებით, როგორც საქართველოში ასევე – საზღვარგარეთ.

საგნების მოცულობა კრედიტებში, კრედიტების შესაბამისობა საკონტაქტო საათებთან

თსუ-ში მიღებული წესის თანახმად 1 ECTS ტოლია სტუდენტის მუშაობის 25 საათის. მათემატიკის საბაკალავრო პროგრამით გათვალისწინებული სასწავლო კურსის მოცულობა შეიძლება იყოს 5 ECTS ან მისი ჯერადი.

საბაკალავრო პროგრამაში 5 ECTS მოცულობის მქონე

- სავალდებულო სასწავლო კურსის მოცულობა ტოლია კვირაში 4 საკონტაქტო საათის, საიდანაც 2 საათი წარმოადგენს ლექციას, ხოლო დანარჩენი 2 საათი შეიძლება იყოს პრაქტიკული, ლაბორატორიული მეცადინეობა ან სამუშაო ჯგუფი.
- არჩევითი სასწავლო კურსის მოცულობა ტოლია კვირაში 3 საკონტაქტო საათის.

საბაკალავრო პროგრამის ზოგადი სტრუქტურა

I სემესტრი	საფაკულტეტო სავალდებულო სასწავლო კურსები საფაკულტეტო არჩევითი სასწავლო კურსები	10 ECTS 20 ECTS

სტუდენტი ირჩევს ძირითად სპეციალობას

II სემესტრი	სპეციალობის სავალდებულო სასწავლო კურსები უცხო ენა (საფაკულტეტო სავალდებულო) თავისუფალი კრედიტი	20 ECTS 5 ECTS 5 ECTS
III სემესტრი	სპეციალობის სავალდებულო სასწავლო კურსები უცხო ენა (საფაკულტეტო სავალდებულო)	25 ECTS 5 ECTS
IV სემესტრი	სპეციალობის სავალდებულო სასწავლო კურსები თავისუფალი კრედიტი	25 ECTS 5 ECTS

სტუდენტი ირჩევს მეორად სპეციალობას ან კონცენტრაციას

V სემესტრი	სპეციალობის არჩევითი სასწავლო კურსები მეორადი სპეციალობის სასწავლო კურსები	15 ECTS 15 ECTS
VI სემესტრი	სპეციალობის არჩევითი სასწავლო კურსები მეორადი სპეციალობის სასწავლო კურსები	15 ECTS 15 ECTS
VII სემესტრი	სპეციალობის არჩევითი სასწავლო კურსები მეორადი სპეციალობის სასწავლო კურსები	15 ECTS 15 ECTS
VIII სემესტრი	სპეციალობის არჩევითი სასწავლო კურსები მეორადი სპეციალობის სასწავლო კურსები საბაკალავრო ნაშრომი/„თავისუფალი" კრედიტები	5 ECTS 15 ECTS 10 ECTS
სულ	საფაკულტეტო სასწავლო კურსები ძირითადი სპეციალობის სასწავლო კურსები თავისუფალი კრედიტები მეორადი სპეციალობის სასწავლო კურსები	40 ECTS 120 ECTS 20 ECTS 60 ECTS

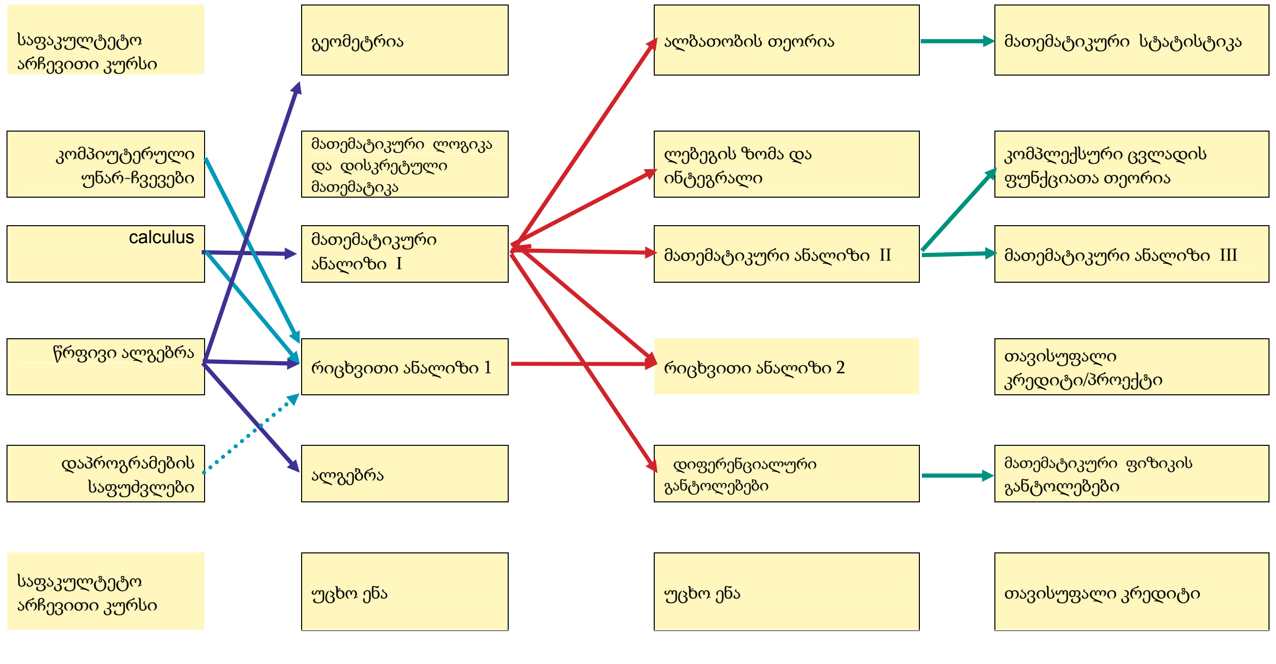
სასწავლო გეგმა

#	სასწავლო კურსი	ECTS	სკ	ლექცია/პრაქტიკული/ლაბორატორიული/სამუშაო ჯგუფი	საკონტაქტო/დამოუკიდ. მუშაობის საათების რაოდენობა	წინაპირობა
საფაკულტეტო სავალდებულო სასწავლო კურსები (20 კრედიტი)						
1	უცხო ენა 1	5	4		60/65	
2	უცხო ენა 2	5	4		60/65	
3	calculus	5	4	2/2/0/0	60/65	
4	კომპიუტერული უნარ-ჩვევები	5	2	0/0/0/2	30/95	
საფაკულტეტო არჩევითი სასწავლო კურსები (5+5+5+5=20 კრედიტი)						
5	5A ფიზიკის შესავალი 5B ქიმიის შესავალი 5C ბიოლოგიის შესავალი	5	4	2/2/0/0	60/65	
6	6A გეოგრაფიის შესავალი 6B გეოლოგიის შესავალი 6C ელექტრონიკის შესავალი	5	4	2/2/0/0	60/65	
7	7A წრფივი ალგებრა და ანალიზური გეომეტრია 7B დაპროგრამების საფუძვლები	5	4	2/2/0/0	60/65	
სპეციალობის სავალდებულო სასწავლო კურსები (70 კრედიტი)						
8	მათემატიკური ანალიზი I: ერთი ცვლადის ფუნქციათა დიფერენციალური და ინტეგრალური აღრიცხვა	5	4	2/2/0/0	60/65	3
9	მათემატიკური ანალიზი II: მრავალი ცვალდის ფუნქციათა დიფერენციალური აღრიცხვა	5	4	2/2/0/0	60/65	8
10	მათემატიკური ანალიზი III: მრავალი ცვლადის ფუნქციათა ინტეგრალური აღრიცხვა	5	4	2/2/0/0	60/65	9
11	ალგებრა	5	4	2/2/0/0	60/65	7
12	მათემატიკური ლოგიკა და დისკრეტული მათემატიკა	5	4	2/2/0/0	60/65	

13	გეომეტრია	5	4	2/2/0/0	60/65	7
14	ალბათობის თეორია	5	4	2/2/0/0	60/65	8
15	მათემატიკური სტატისტიკა	5	4	2/2/0/0	60/65	14
16	რიცხვითი ანალიზი I: წრფივი ალგებრის, ფუნქციათა მიახლოების, არწრფივი განტოლებების ამოხსნის, ინტეგრებისა და გაწარმოების მეთოდები	5	4	2/1/1/0	60/65	6,3,4, 7
17	რიცხვითი ანალიზი II: ჩვეულებრივ და კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა ამოხსნის მეთოდები	5	4	2/2/0/0	60/65	16
18	დიფერენციალური განტოლებები	5	4	2/2/0/0	60/65	9
19	მათემატიკური ფიზიკის განტოლებები	5	4	2/2/0/0	60/65	18
20	ლებეგის ზომა და ინტეგრალი	5	4	2/2/0/0	60/65	9
21	კომპლექსური ცვლადის ფუნქციათა თეორია	5	4	2/2/0/0	60/65	10
სპეციალობის არჩევითი სასწავლო კურსები (50 კრედიტი)						
22	არჩევითი კურსი I	5	3	2/1/0/0	45/80	
23	არჩევითი კურსი II	5	3	2/1/0/0	45/80	
24	არჩევითი კურსი III/პროექტი	5	3	2/1/0/0	45/80	
25	არჩევითი კურსი IV	5	3	2/1/0/0	45/80	
26	არჩევითი კურსი V	5	3	2/1/0/0	45/80	
27	არჩევითი კურსი VI/პროექტი	5	3	2/1/0/0	45/80	
28	არჩევითი კურსი VII	5	3	2/1/0/0	45/80	
29	არჩევითი კურსი VIII	5	3	2/1/0/0	45/80	
30	არჩევითი კურსი IX/პროექტი	5	3	2/1/0/0	45/80	
31	არჩევითი კურსი X	5	3	2/1/0/0	45/80	
	თავისუფალი კრედიტები/საბაკალავრო ნაშრომი	10				
	არჩევითი სასწავლო კურსების სია					
1.	ალბათობის თეორიის და მათემატიკური სტატისტიკის ბლოკი					
1.1.	შემთხვევით პროცესთა თეორიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	14
1.2.	სტატისტიკურ შეფასებათა თეორია	5	3	2/1/0/0	45/80	14,15
1.3.	მარტინგალების თეორია	5	3	2/1/0/0	45/80	14
2.	ალგებრის და გეომეტრიის ბლოკი					
2.1.	დიფერენციალური გეომეტრიის და ტოპოლოგიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	3, 7
2.2.	ალგებრული ტოპოლოგიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	7, 13
2.3.	თანამედროვე ალგებრის ელემენტები	5	3	2/1/0/0	45/80	7
3.	დიფერენციალური განტოლებების ბლოკი					
3.1.	განზოგადოებული ფუნქციები და მათი გამოყენებები	5	3	2/1/0/0	45/80	8
3.2.	დიფერენციალურ განტოლებათა თეორიის რჩეული თავები	5	3	2/1/0/0	45/80	18
3.3.	დიფერენციალური განტოლებები ჰიპერზედაპირებზე და დრეკაოდბის თეორიის ამოცანები	5	3	2/1/0/0	45/80	8, 9, 19
4.	მათემატიკური ანალიზის ბლოკი					
4.1.	ფურიეს და ვეივლეტ ანალიზის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	10,20
4.2.	ფუნქციონალური ანალიზის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	10.20
4.3.	ზომისა და ინტეგრალის ზოგადი თეორიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	10,20
5.	მათემატიკური ლოგიკის და დისკრეტული სტრუქტურების ბლოკი					
5.1.	რეკურსიულად გადათვლადი სიმრავლეები და ამოუხსნადობის ხარისხები	5	3	2/1/0/0	45/80	12
5.2.	ფაზილოგიკის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	12
5.3.	სიმრავლეთა თეორიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	12
6.	მექანიკის ბლოკი					
6.1.	დრეკადობის თეორიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	18
6.2.	ჰიდროაერომექანიკის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	8,18, 19
6.3.	პრიზმული გარსებისა და ღეროების მათემატიკური თეორიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	18,19
7.	რიცხვითი ანალიზის და გამოთვლითი ტექნოლოგიების ბლოკი					
7.1.	მათემატიკური მოდელირების საფუიძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	7, 10, 17,19
7.2.	ფუნქციონალური ანალიზი და გამოთვლითი მათემატიკა	5	3	2/1/0/0	45/80	7,17, 10
7.3.	რიცხვითი მეთოდები კერძო წარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისთვის	5	3	2/1/0/0	45/80	7,8

8.	კვლევაზე ორიენტირებული ბლოკი					
8.1	პროექტი 1	5			0/125	
8.2	პროექტი 2	5				
8.3	პროექტი 3	5				
8.4	პროექტი 4	5				
8.5	საბაკალავრო ნაშრომი	10			0/250	
9.	მათემატიკის მასწავლებლის ბლოკი (კონცენტრაცია)					
9.1	პედაგოგიკის ზოგადი საფუძვლები	5	3	2/0/0/1	45/80	
9.2	განათლების ფსიქოლოგია	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.3	მათემატიკის სწავლების კერძო მეთოდიკა (რიცხვები და რიცხვებზე მოქმედებები)	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.4	განათლებისა და სწავლების თეორია	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.5	განვითარების ფსიქოლოგია	5	3	2/0/0/1	45/80	
9.6	მტკიცებათა თეორიის საფუძვლები	5	3	2/0/0/1	45/80	
9.6	მათემატიკის სწავლების კერძო მეთოდიკა (გეომეტრია და სივრცის აღქმა)	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.7	ელემენტარული მათემატიკის გაღრმავებული კურსი	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.8	მათემატიკის სწავლების კერძო მეთოდიკა (ალგებრა და კანონზომიერებანი)	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.9	მათემატიკის სწავლების ზოგადი მეთოდიკა	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.11	მათემატიკის სწავლების კერძო მეთოდიკა (მონაცემთა ანალიზი, სტატისტიკა, ალბათობა)	5	3	2/2/0/0	45/80	12,17
9.12	მათემატიკის ელემენტები ხელოვნებასა და ბუნებაში	5	3	2/0/0/1	45/80	
10	მათემატიკური მეთოდები ეკონომიკაში (კონცენტრაცია)					
10.1	ეკონომიკური პროცესების მათემატიკური მოდელირება	5	3	2/0/0/1	45/80	
10.2	მათემატიკური მოდელირება ფირმებისათვის	5	3	2/0/0/1	45/80	
10.3	ეკონომიკური პროცესების ოპტიმიზაციის რიცხვითი მეთოდები	5	3	2/0/0/1	45/80	
10.4	გამოყენებითი სტატისტიკა	5	3	2/0/0/1	45/80	
10.5	სტოქასტური ფინანსური მათემატიკა	5	3	2/0/0/1	45/80	
10.6	აქტუარული მათემატიკა	5	3	2/0/0/1	45/80	

სავალდებულო სასწავლო კურსების წინაპირობებით ურთიერთდაკავშირების სქემა



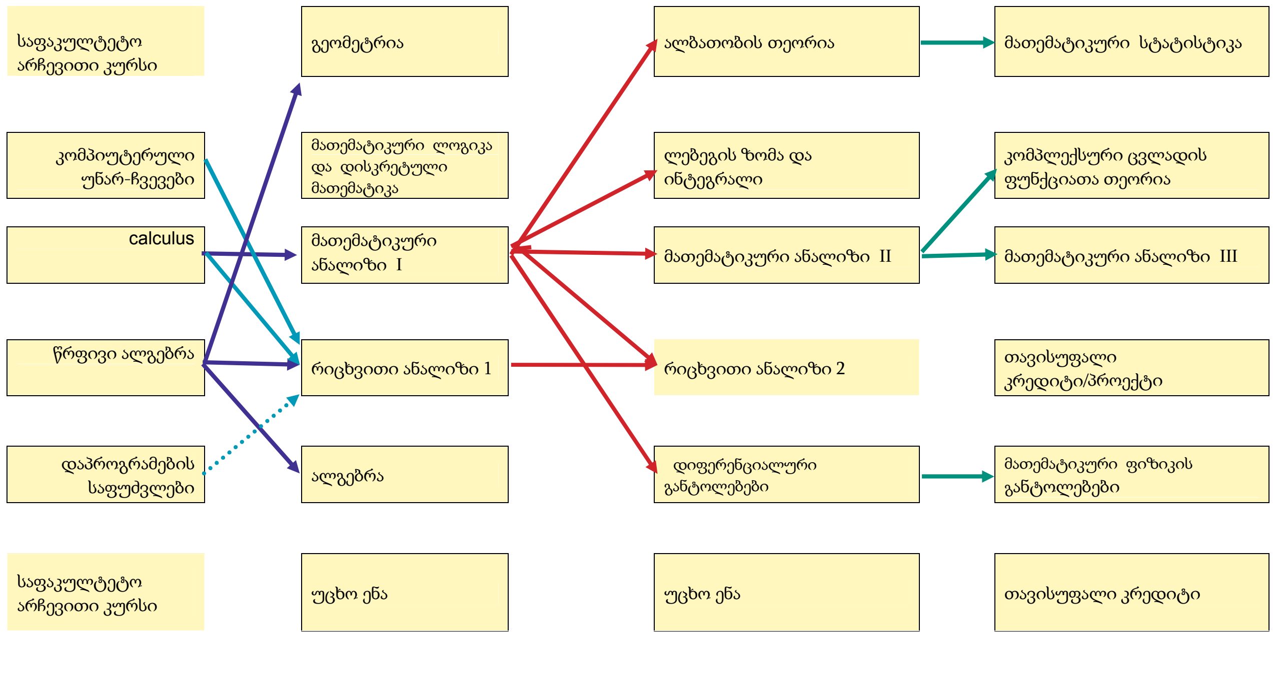
სწავლების მეთოდები და ფორმები

- ლექცია
- პრაქტიკული მეცადინეობა

13	გეომეტრია	5	4	2/2/0/0	60/65	7
14	ალბათობის თეორია	5	4	2/2/0/0	60/65	8
15	მათემატიკური სტატისტიკა	5	4	2/2/0/0	60/65	14
16	რიცხვითი ანალიზი I: წრფივი ალგებრის, ფუნქციათა მიახლოების, არწრფივი განტოლებების ამოხსნის, ინტეგრებისა და გაწარმოების მეთოდები	5	4	2/1/1/0	60/65	6,3,4, 7
17	რიცხვითი ანალიზი II: ჩვეულებრივ და კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა ამოხსნის მეთოდები	5	4	2/2/0/0	60/65	16
18	დიფერენციალური განტოლებები	5	4	2/2/0/0	60/65	9
19	მათემატიკური ფიზიკის განტოლებები	5	4	2/2/0/0	60/65	18
20	ლებეგის ზომა და ინტეგრალი	5	4	2/2/0/0	60/65	9
21	კომპლექსური ცვლადის ფუნქციათა თეორია	5	4	2/2/0/0	60/65	10
სპეციალობის არჩევითი სასწავლო კურსები (50 კრედიტი)						
22	არჩევითი კურსი I	5	3	2/1/0/0	45/80	
23	არჩევითი კურსი II	5	3	2/1/0/0	45/80	
24	არჩევითი კურსი III/პროექტი	5	3	2/1/0/0	45/80	
25	არჩევითი კურსი IV	5	3	2/1/0/0	45/80	
26	არჩევითი კურსი V	5	3	2/1/0/0	45/80	
27	არჩევითი კურსი VI/პროექტი	5	3	2/1/0/0	45/80	
28	არჩევითი კურსი VII	5	3	2/1/0/0	45/80	
29	არჩევითი კურსი VIII	5	3	2/1/0/0	45/80	
30	არჩევითი კურსი IX/პროექტი	5	3	2/1/0/0	45/80	
31	არჩევითი კურსი X	5	3	2/1/0/0	45/80	
	თავისუფალი კრედიტები/საბაკალავრო ნაშრომი	10				
	არჩევითი სასწავლო კურსების სია					
1.	ალბათობის თეორიის და მათემატიკური სტატისტიკის ბლოკი					
1.1.	შემთხვევით პროცესთა თეორიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	14
1.2.	სტატისტიკურ შეფასებათა თეორია	5	3	2/1/0/0	45/80	14,15
1.3.	მარტინგალების თეორია	5	3	2/1/0/0	45/80	14
2.	ალგებრის და გეომეტრიის ბლოკი					
2.1.	დიფერენციალური გეომეტრიის და ტოპოლოგიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	3, 7
2.2.	ალგებრული ტოპოლოგიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	7, 13
2.3.	თანამედროვე ალგებრის ელემენტები	5	3	2/1/0/0	45/80	7
3.	დიფერენციალური განტოლებების ბლოკი					
3.1.	განზოგადოებული ფუნქციები და მათი გამოყენებები	5	3	2/1/0/0	45/80	8
3.2.	დიფერენციალურ განტოლებათა თეორიის რჩეული თავები	5	3	2/1/0/0	45/80	18
3.3.	დიფერენციალური განტოლებები ჰიპერზედაპირებზე და დრეკაოდბის თეორიის ამოცანები	5	3	2/1/0/0	45/80	8, 9, 19
4.	მათემატიკური ანალიზის ბლოკი					
4.1.	ფურიეს და ვეივლეტ ანალიზის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	10,20
4.2.	ფუნქციონალური ანალიზის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	10.20
4.3.	ზომისა და ინტეგრალის ზოგადი თეორიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	10,20
5.	მათემატიკური ლოგიკის და დისკრეტული სტრუქტურების ბლოკი					
5.1.	რეკურსიულად გადათვლადი სიმრავლეები და ამოუხსნადობის ხარისხები	5	3	2/1/0/0	45/80	12
5.2.	ფაზილოგიკის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	12
5.3.	სიმრავლეთა თეორიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	12
6.	მექანიკის ბლოკი					
6.1.	დრეკადობის თეორიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	18
6.2.	ჰიდროაერომექანიკის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	8,18, 19
6.3.	პრიზმული გარსებისა და ღეროების მათემატიკური თეორიის საფუძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	18,19
7.	რიცხვითი ანალიზის და გამოთვლითი ტექნოლოგიების ბლოკი					
7.1.	მათემატიკური მოდელირების საფუიძვლები	5	3	2/1/0/0	45/80	7, 10, 17,19
7.2.	ფუნქციონალური ანალიზი და გამოთვლითი მათემატიკა	5	3	2/1/0/0	45/80	7,17, 10
7.3.	რიცხვითი მეთოდები კერძო წარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისთვის	5	3	2/1/0/0	45/80	7,8

8.	კვლევაზე ორიენტირებული ბლოკი					
8.1	პროექტი 1	5			0/125	
8.2	პროექტი 2	5				
8.3	პროექტი 3	5				
8.4	პროექტი 4	5				
8.5	საბაკალავრო ნაშრომი	10			0/250	
9.	მათემატიკის მასწავლებლის ბლოკი (კონცენტრაცია)					
9.1	პედაგოგიკის ზოგადი საფუძვლები	5	3	2/0/0/1	45/80	
9.2	განათლების ფსიქოლოგია	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.3	მათემატიკის სწავლების კერძო მეთოდიკა (რიცხვები და რიცხვებზე მოქმედებები)	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.4	განათლებისა და სწავლების თეორიa	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.5	განვითარების ფსიქოლოგია	5	3	2/0/0/1	45/80	
9.6	მტკიცებათა თეორიის საფუძვლები	5	3	2/0/0/1	45/80	
9.6	მათემატიკის სწავლების კერძო მეთოდიკა (გეომეტრია და სივრცის აღქმა)	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.7	ელემენტარული მათემატიკის გაღრმავებული კურსი	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.8	მათემატიკის სწავლების კერძო მეთოდიკა (ალგებრა და კანონზომიერებანი)	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.9	მათემატიკის სწავლების ზოგადი მეთოდიკა	5	3	2/1/0/0	45/80	
9.11	მათემატიკის სწავლების კერძო მეთოდიკა (მონაცემთა ანალიზი, სტატისტიკა, ალბათობა)	5	3	2/2/0/0	45/80	12,17
9.12	მათემატიკის ელემენტები ხელოვნებასა და ბუნებაში	5	3	2/0/0/1	45/80	
10	მათემატიკური მეთოდები ეკონომიკაში (კონცენტრაცია)					
10.1	ეკონომიკური პროცესების მათემატიკური მოდელირება	5	3	2/0/0/1	45/80	
10.2	მათემატიკური მოდელირება ფირმებისათვის	5	3	2/0/0/1	45/80	
10.3	ეკონომიკური პროცესების ოპტიმიზაციის რიცხვითი მეთოდები	5	3	2/0/0/1	45/80	
10.4	გამოყენებითი სტატისტიკა	5	3	2/0/0/1	45/80	
10.5	სტოქასტური ფინანსური მათემატიკა	5	3	2/0/0/1	45/80	
10.6	აქტუარული მათემატიკა	5	3	2/0/0/1	45/80	

სავალდებულო სასწავლო კურსების წინაპირობებით ურთიერთდაკავშირების სქემა



სწავლების მეთოდები და ფორმები

- ლექცია
- პრაქტიკული მეცადინეობა

■ ლაბორატორიული მეცადინეობა
■ სემინარი
■ პროექტი
■ პრაქტიკა
■ საბაკალავრო ნაშრომი

შეფასების ფორმები და მეთოდები

შეფასების ფორმები და მეთოდები, რომლებიც უზრუნველყოფენ სასწავლო კურსის სილაბუსით განსაზღვრული სწავლის შედეგების თითოეული კომპონენტის (დარგობრივი და ზოგადი კომპეტენციების) მიღწევის დონის განსაზღვრას მითითებულია ამავე სასწავლო კურსის სილაბუსში.

საბაკალავრო პროგრამით გათვალისწინებულ იმ დისციპლინებში, რომლებშიც განსაზღვრულია სწავლის შედეგის პირველი დონის მიღწევა, შეფასების სავალდებულო ფორმებია: ერთი შუალედური გამოცდა (საბოლოო შეფასების არაუმეტეს 30%-ისა), საბოლოო გამოცდა (საბოლოო შეფასების არანაკლებ 40%-ისა).

მათემატიკის ბაკალავრის ხარისხის მინიჭების წინაპირობა

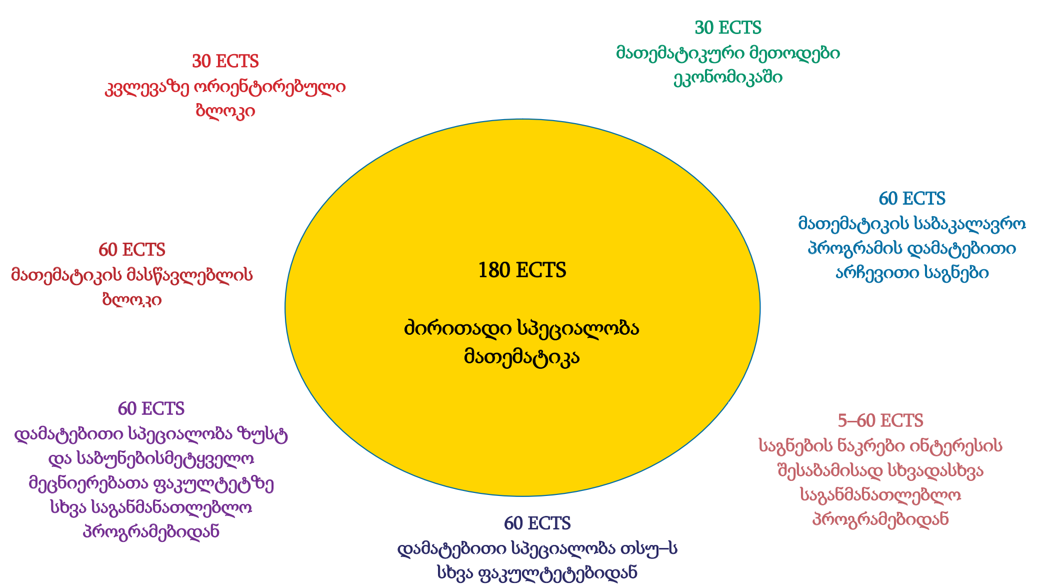
აუცილებელია:
■ კურიკულუმით გათვალისწინებულ საგნებში არანაკლებ 170 კრედიტის დაგროვება;
■ ყველა სავალდებულო კურსის მოსმენა და კრედიტის მიღება;
■ არჩევითი ბლოკებიდან 1-7 სულ ცოტა ერთი კურსის მოსმენა და კრედიტის მიღება;

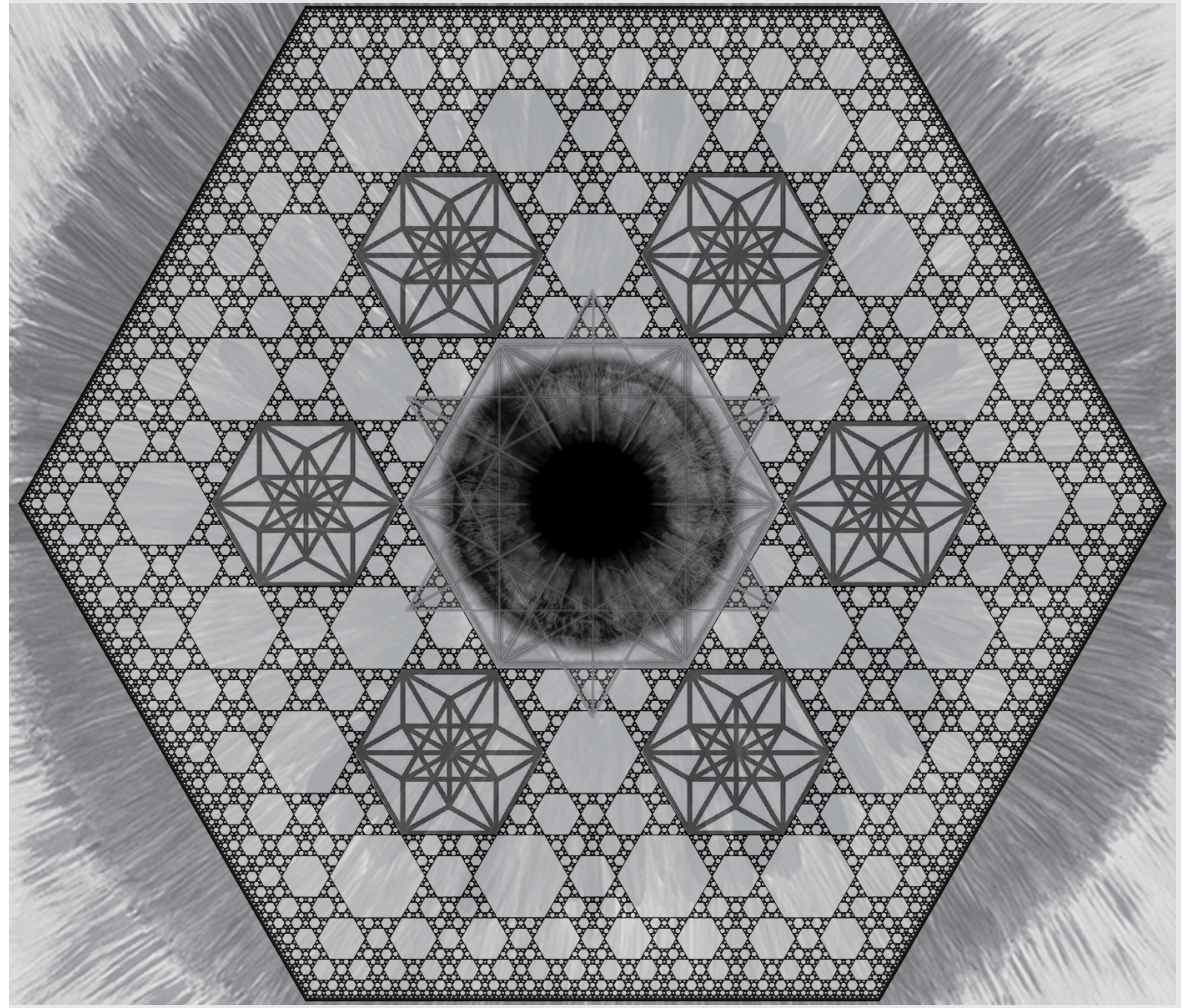
არჩევითი კურსები

■ საბაკალავრო ნაშრომის შესრულება არ არის აუცილებელი ბაკალავრის ხარისხის მოსაპოვებლად;
■ საბაკალავრო ნაშრომის ნაცვლად სტუდენტს შეუძლია მოისმინოს არჩევითი კურსი;
■ არჩევითი კურსის ნაცვლად სტუდენტს შეუძლია აირჩიოს ინდივიდუალური პროექტი ან ჯგუფური პროექტი;
■ საბაკალავრო ნაშრომის, პროექტის წარდგენა, არჩევა, დაცვა და შეფასება ხორციელდება სათანადო რეგულაციების შესაბამისად;
■ სტუდენტებისთვის არჩევითი კურსების შეთავაზება ხდება სემესტრულად.

ძირითადი და დამატებითი სპეციალობების კომბინაცია, კონცენტრაცია პროგრამის შიგნით

შესაძლებელია:
■ სტუდენტმა ძირითად სპეციალობასთან ერთად მიიღოს დამატებითი სპეციალობა;
■ სტუდენტმა დამატებითი სპეციალობისთვის განკუთვნილი დრო მოახმაროს მათემატიკური დისციპლინების გაღრმავებულ შესწავლას;
■ სტუდენტმა აირჩიოს რომელიმე საგანმანათლებლო პროგრამიდან ისეთი სასწავლო კურსები, რომლებიც უზრუნველყოფს სასურველი დამატებითი კომპეტენციების გამომუშავებას;
■ არჩევითი კურსების სათანადოდ შერჩევის საშუალებით სტუდენტმა აქცენტი გააკეთოს წმინდა მათემატიკაზე, გამოყენებით მათემატიკაზე ან მათემატიკურ მეცნიერებებზე.





ფრაქტალი

გეომეტრიული ობიექტი არასწორი, ტეხილი ან ფრაგმენტული ფორმით, რომელიც წარმოქმნილია განმეორებადი სტრუქტურით, როგორც წესი, იტერაციის პროცესში. ეს პროცესი მას მრავალ საინტერესო თვისებას ანიჭებს, მათ შორის აღსანიშნავია თვით-მსგავსებადობა და უსასრულო დეტალურობა.

ISSN 2298-0938